Carlos Alberto Batista Carvalho
Licenciado em Matemática
Mestre em Ciências da Educação

A linguagem matemática em manuais do ensino secundário e profissional

Dissertação para obtenção do Grau de Doutor
em Ciências da Educação

Orientador:

Professor Doutor José Manuel Leonardo de Matos,
Professor auxiliar da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa

setembro 2015

A linguagem matemática em manuais do ensino secundário e profissional

Agradecimentos

A escrita de uma tese, é um percurso solitário, e por vezes doloroso, que se faz rodeado da família, dos amigos e dos colegas. Foram muitos os momentos em que por cansaço, por privação, por falta de progressão, de desmotivação apeteceu largar tudo. E nesses momentos a presença da família, dos amigos e dos colegas foram determinantes. Foram eles que me voltaram a colocar no caminho, que me incentivaram a continuar e a não desistir, diziam por vezes, "vais ver, um dia nem te vais recordar como foi todo este tempo, só irás ter presente a satisfação do trabalho concluído." Foram uns anos de 2008 a 2015 muitos longos.

Os agradecimentos a algumas pessoas que aqui deixo não serão suficientes para cobrir a dívida de gratidão para com elas.

A todos os meus colegas que de uma forma ou de outra sempre me apoiaram e incentivaram a continuar.

À direção da escola, na pessoa da diretora Dina Fernandes, sempre disponível para colaborar em todo este processo, que sem a sua compreensão e ajuda muitas coisas não teriam sido possíveis.

Ao Jorge Bico pela relação profissional, de amizade e confiança em momentos difíceis.

O João Imperial que mais que um colega, um amigo que embora nunca tenha querido embarcar nesta aventura, sempre se reviu neste trabalho.

Um agradecimento muito especial ao José Duarte, que sem o convite, no já longínquo abril de 2000, me endereçou, nada deste percurso teria sido possível.

O professor Jean Baptiste Lagrange que no agosto de 2010 me disse no seu inglês quase impossível: "It'z yourre frrameworrrke Carrlôz".

A todos os colegas dos seminários da FCT, que pelas suas intervenções me foram ajudando a melhorar.

Ao Mário Ceia, à Mária Almeida, à Conceição Costa por estes já longos anos de amizade, trabalho e sempre assertiva ajuda.

O sempre presente António Domingos que na sua permanente boa disposição, disponibilidade, presença de espírito e amizade me ajudou em todos os processos que nos envolvemos.

À Paula Cristina, à amiga e companheira de muitas jornadas, pela sua sempre prestimosa ajuda em todos os momentos, e acima de tudo, pela sua amizade e força que nunca me deixou desistir.

O Professor José Manuel Matos, meu orientador e amigo, que viu sempre mais à frente e afirmava: "Paulatinamente tu vais conseguir, não podes é parar".

A todos os meus amigos.

Ao Vítor Augusto pela amizade de uma vida.

À minha saudosa Bia que fez sempre questão de estar presente nestes momentos da minha vida.

Aos meus cunhados José Manuel e Alda que sem a sua amizade e prestimosa ajuda não teria escrito estas palavras de agradecimento.

Aos meus primos, Maria Cecília e Joaquim pelas suas palavras de conforto e incentivo.

À minha tia Carmo pelo carinho que sempre me demonstrou e ao tio Manel que nunca pôde observar tudo aquilo que fui obtendo.

Os meus avós, Joaquim e António, que foram à medida do seu tempo, homens cultos e me incentivaram o gosto pela descoberta, pela leitura e pelos livros.

As minhas avós que nunca frequentaram a escola, mas que no seu analfabetismo eram sábias e da sua tranquilidade de avós sentiam, como suas, as dificuldades de uma vida de estudo.

A meus pais, Ana Teresa e António José, que a eles tudo lhes devo, por aquilo que me puderam proporcionar e continuam a proporcionar.

Aos meus filhos, Pedro e Maria, mais que um agradecimento, um pedido de desculpas por todos estes anos das suas infâncias em que não estava disponível ou que não tinha a paciência e o humor que as suas idades exigem.

À minha mulher, Micaela, a pessoa mais sacrificada, pelos já longos anos de mestrado e doutoramento, pelo tempo que não estive disponível, pelo meu humor por vezes impossível, pelo conforto que lhe soneguei e pelos três anos terríveis que em termos pessoais passou, nunca deixou de se mostrar paciente, compreensiva e acima de tudo, me fez continuar a trabalhar e a acreditar em mim.

.

Resumo

A investigação aqui apresentada centrou-se no desenvolvimento de uma análise comparativa entre programas do ensino regular e os programas para o ensino profissional, ambos nos últimos anos do ensino secundário.

Mais especificamente, determinar como o programa de Matemática A e o programa de Matemática para os Cursos Profissionais (CP) dos currículos portugueses é transposto, em linguagem matemática, para os manuais escolares tendo em conta os diferentes público alvo.

De forma a ser possível dar resposta ao objetivo principal desta tese foram definidos particularmente mais alguns objetivos que se centraram em analisar os manuais em:

1. Termos *estruturais*;
2. Termos *textuais*;
3. Termos de *recursos*.

De modo a poder caracterizar a linguagem utilizada nos diferentes tipos de livros de texto, e no processo de desenvolvimento de uma ferramenta analítica, o trabalho desenvolvido centrou-se no cruzamento de um instrumento desenvolvido num trabalho anterior, que analisou os níveis de utilização das calculadoras gráficas em livros de texto (Carvalho, 2006, 2009), com a literatura que aborda a temática dos manuais escolares e estruturas de linguagem, mais particularmente, alicerçada na Teoria da Atividade Social de Dowling (Dowling, 1998), inteiramente dedicada à análise de livros de texto.

A metodologia de investigação adoptada é de natureza qualitativa. Esta opção prendeu-se com o facto de todos os dados a recolher, serem observados diretamente dos manuais escolares. De forma a poder responder às questões do estudo foi construída uma grelha de análise que resultou quer de sucessivas observações feitas aos manuais quer da literatura estudada, seguindo uma linha muito próxima da análise de conteúdo de Laurence Bardin (Bardin, 2004).

Foi possível observar que de uma forma geral os manuais abordam os conteúdos propostos no programa, havendo alguns que não o fazem na sua totalidade. Relativamente à utilização da calculadora foi possível distinguir os manuais que usam e os que usam pouco ou muito pouco. Dos que usam, existe uma lógica de utilização, encontrando-se esta distribuída de forma equilibrada pelos tipos de tarefa.

Palavras-chave: Programa de Matemática; Manuais escolares de matemática; Linguagem; Tipos de tarefa.

Abstract

The research presented here focused on the development of a comparative analysis between regular education programs and programs for vocational education, both in the last years of secondary school.

More specifically, determine how the mathematics of the program and Mathematics program for Professional Courses (CP) of the Portuguese curriculum is implemented in mathematical language, for school textbooks taking into account the different target audience.

In order to be able to meet the main objective of this thesis it was defined more particularly some goals that focused on analyzing the manuals:

1. structural terms;
2. textual Terms;
3. Terms resources.

To be able to characterize the language used in different types of textbooks, and in the process of developing an analytical tool, the work focused on the intersection of an instrument developed in a previous work that examined the levels of use of calculators Graphics in textbooks (Carvalho, 2006, 2009), with the literature that addresses the issue of textbooks and language structures, more particularly, based on the Theory of Social Activity Dowling (Dowling, 1998), entirely dedicated to the textbooks analysis.

The adopted research methodology is qualitative. This option arrested with the fact that all the data to be collected, be observed directly from textbooks. In order to be able to answer the survey questions was constructed an analysis grid which resulted either from successive notices to manual or the studied literature, following a close line of Laurence Bardin content analysis (Bardin, 2004).

It was observed that in general the manual approach proposed in the program contents, there are some that do not in their entirety. On using calculator was possible to distinguish the manuals that use and that use little or very little. Of that use, there is a logical use, this finding is distributed evenly by the types of task.

Keywords: Mathematics Program; Math textbooks; language; Types task.

ÍNDICE GERAL

Índice de figuras

Índice de quadros e tabelas

Índice de Anexos

CAPÍTULO 1

Introdução

No âmbito da dissertação de Mestrado – *A calculadora gráfica na trigonometria do 11º ano – uma análise de manuais escolares* – tive a oportunidade de estudar a forma como a calculadora gráfica era integrada no estudo da trigonometria do 11º ano, fazendo uma análise de todos os manuais escolares passíveis de serem adotados nesse ano de escolaridade.

A área de investigação que abordei não se esgotou, antes pelo contrário revelou-se uma fonte muito rica de orientações para outros trabalhos e investigações. O tipo de trabalho então realizado não permitiu abordagens mais latas. A linha seguida foi relativamente dirigida e estreita mas sugeria um alargamento do estudo, não só ao 11º ano, como a todo o ensino secundário, não ficando restringido unicamente à calculadora gráfica.

Com vista a uma investigação mais abrangente, conto desta feita estender o estudo aos três anos do ensino secundário, quer para a Matemática A, quer para a Matemática dos cursos profissionais. Nesta análise proceder-se-á à comparação entre os manuais de Matemática A e os manuais de Matemática para o ensino profissional.

1.1. O enquadramento teórico

O manual escolar, na sua forma clássica, é visto como um mediador privilegiado no processo ensino aprendizagem, tanto pelos alunos e encarregados de educação como pelos próprios professores. Há, no entanto, ainda muito pouca literatura de investigação sobre a temática dos manuais escolares, como aponta Dowling (1998). Os materiais curriculares que predominantemente chegam às mãos dos professores são os diferentes manuais escolares que se tornam no contacto mais tangível com a execução do programa prescrito. Os manuais escolares são, no entanto as interpretações que os diferentes autores fazem do programa, que, por sua vez, estão ainda sujeitas às imposições e políticas editoriais das editoras. Ou seja, um manual pode incorporar uma versão diferente do programa oficial ou até mesmo traduzir algo de diferente que o autor do manual se propunha apresentar e ver publicado. Ao adotarem um manual os professores estão essencialmente a adotar uma versão interpretada do programa oficial.

O programa oficial varia consoante o curso a que se destina, distinguindo-se mais na forma que nos conteúdos. Pode estar dirigido para o Ensino Secundário, Ensino Secundário Recorrente, ou ainda para os Cursos de Educação e Formação. Atualmente, para o Ensino Secundário em Portugal, estão disponíveis os:

a) Cursos científico-humanísticos, vocacionados para o prosseguimento de estudos de nível superior;

b) Cursos tecnológicos, orientados na dupla perspectiva do mercado do trabalho e do prosseguimento de estudos de nível superior, especialmente através da frequência de cursos pós-secundários de especialização tecnológica e de cursos do ensino superior;

c) Cursos artísticos especializados, vocacionados, consoante a área artística, para o prosseguimento de estudos ou orientados na dupla perspectiva da inserção no mercado de trabalho e do prosseguimento de estudos;

d) Cursos profissionais, vocacionados para a qualificação inicial dos alunos, privilegiando a sua inserção no mundo do trabalho e permitindo o prosseguimento de estudos (Lei nº 7/2001).

A disciplina de Matemática entra na organização curricular dos referidos cursos, na componente de Formação Específica. O âmbito do estudo que pretendo realizar tem por base os programas para os cursos científico-humanísticos: programa de Matemática A (Silva e outros, 2001) e os programas para os cursos profissionais: programa de Matemática para os cursos profissionais (Martins e outros, 2005), doravante referido como Matemática CP.

Como já referido os programas de Matemática para estes cursos diferem mais na forma que no conteúdo, sendo sugerido no programa de Matemática A um maior aprofundamento no seu estudo dos conteúdos lecionados.

Os dois programas, de uma forma ou outra, apontam o uso das tecnologias, com capacidades gráficas e de comunicação como fundamentais para a criação e o desenvolvimento de competências úteis a todos os desempenhos profissionais. O uso de calculadoras gráficas e o uso de computadores permitem:

• Obter rapidamente uma representação do problema, de um conceito, a fim de lhe dar sentido e favorecer a sua apropriação pelo estudante.

• Ligar aspectos diferentes (gráfico, numérico e algébrico) de um mesmo conceito ou de uma mesma situação.

• Explorar situações fazendo aparecer de forma dinâmica diferentes configurações.

• Proceder de forma rápida à verificação de certos resultados.

Não é possível atingir os objectivos deste[s] programa[s] sem recorrer à dimensão gráfica e essa dimensão só é plenamente atingida quando os estudantes traçam uma grande quantidade e variedade de gráficos com apoio de tecnologia adequada, de calculadoras gráficas e de computadores, e mais recentemente com a integração de quadros interativos.

1.2. Objetivo da dissertação

O objetivo desta tese centrou-se no desenvolvimento de uma análise comparativa entre os livros do ensino regular e os do ensino profissional dos últimos anos do ensino secundário. Mais especificamente, pretendeu-se determinar como o programa de Matemática A para os cursos científico humanísticos e o programa de Matemática para os Cursos Profissionais (CP) dos currículos portugueses em vigor para o ensino secundário (10 a 12º anos de escolaridade) é transposto em linguagem matemática para os manuais escolares tendo em conta os diferentes público alvo.

De modo a caracterizar a linguagem utilizada nos diferentes livros de texto, o trabalho cruzou um instrumento desenvolvido num trabalho anterior que analisou os níveis de utilização das calculadoras gráficas em livros de texto (Carvalho, 2006, 2009), com a literatura que aborda a temática dos manuais escolares e estruturas da linguagem, mais particularmente, alicerçada na

Teoria da Atividade Social de Dowling (Dowling, 1998), inteiramente dedicada à análise de livros de texto. Os manuais foram analisados segundo os três níveis de atividade social: estrutural, textual e recursos.

1.3. A organização da tese

Esta dissertação está dividida em dez capítulos. Após a introdução ao estudo que constitui o primeiro e que contem os objetivos, os segundo, terceiro, quarto e quinto capítulos apresentam o quadro teórico no qual se ancorou a pesquisa para dar resposta ao problema central da investigação. No capítulo seis é definida a metodologia associada ao trabalho empírico, fundamentando as opções metodológicas adotadas. Os capítulos sete, oito e nove são referentes aos dados. No capítulo dez apresentam-se as conclusões do estudo.

CAPÍTULO 2

Sobre manuais escolares

Para a realização deste trabalho de investigação, o corpus incluirá os manuais escolares, as tecnologias para a educação e os programas oficiais. Será importante que a revisão de literatura permita dar uma perspetiva do que é um manual escolar e o uso que dele se pode fazer; que tecnologias estão disponíveis para a educação e qual a melhor integração que destas se pode fazer no processo ensino aprendizagem. É de igual forma importante observar os princípios que presidem à elaboração do Ensino Profissional e do não Profissional e como são estruturados os currículos de Matemática A e os de Matemática CP.

2.1. O currículo e a disciplina de Matemática

O termo currículo pode querer dizer várias coisas, etimologicamente. Segundo Pacheco (2001), o radical do vocábulo currículo deriva do verbo latino *currere* que transporta a ideia de caminho, trajetória, itinerário, remetendo para as noções de sequencialidade e de totalidade. Logo aqui fica a ideia de que currículo é todo um conjunto que só faz sentido se for percorrido longitudinalmente.

Ainda segundo Pacheco (2001), currículo pode ser visto comummente como um conjunto de disciplinas ou como um grupo de conteúdos que reforça o que deve ser ensinado na escola. Outras concepções remetem para o currículo como um conjunto de materiais, de resultados de aprendizagem e objetivos de aprendizagem; outras ainda como o conjunto de experiências que são apresentadas ao aluno sob a tutela da escola.

Por vezes, entende-se por currículo de uma disciplina o programa para essa disciplina, sendo, no entanto, uma visão muito redutora. Uma visão mais ampla é dada por Roldão (1999), que inclui no currículo o conjunto de aprendizagens que, por se considerarem socialmente necessárias num dado tempo e contexto, cabe à escola garantir e organizar.

Como refere Zabalza (Zabalza,1998), os sistemas educativos que possuem grande centralismo e prescrição obedecem a uma configuração unitária nos seus aspectos estruturais, nomeadamente no que diz respeito às suas componentes organizativas e à definição de metas gerais. Isto é, salvo raras exceções, todas as escolas desse sistema leccionam os mesmos programas. A proposta geral de um currículo converte-se numa prescrição de condições, objectivos mínimos e conteúdos, aceites como sendo aqueles de que todos os alunos têm necessidade e direito e que, por conseguinte, o Estado e os responsáveis educativos devem garantir a todos. Neste estudo designarei de programa este currículo oficial prescrito pelo Ministério da Educação português e que se encontra vertido em normativo legislativo.

No entanto, independentemente de se encontrar legislado, o currículo acaba por ser o somatório de influências chegadas dos mais diversos sectores, que tanto podem ser o próprio sistema educativo bem como a restante sociedade, quer ainda factores geográficos, a presença (ou ausência) de políticas de emigração e integração, o acompanhamento dos professores na sua atividade e os manuais escolares, os textos de apoio, entre outros.

Os currículos têm mudado substancialmente, não unicamente devido a teorias de desenvolvimento curricular, mas também de forma a acompanhar as necessidades constantes de uma sociedade em permanente mudança. Os programas portugueses desenvolvidos no final dos anos 80, encontravam-se assentes, segundo Sousa Fernandes (1988), em três princípios gerais, a globalização da ação educativa, a flexibilidade curricular e a integração das atividades educativas, e o programa assume aspectos distintos consoante se encontre virado para o ensino básico ou para o secundário. No primeiro encontra-se um currículo nacional prescrito dividido por ciclos numa progressão sequencial, no segundo encontra-se um sistema homogéneo mas com um programa diversificado por agrupamentos. Para o ensino básico (graus 1 a 9) e secundário (graus 10 a 12) foi adoptado o modelo mais tradicional, o modelo de organização por disciplinas.

Quando se fala de currículo é indissociável falar de desenvolvimento curricular, "Numa acepção alargada, o desenvolvimento curricular define-se como um processo dinâmico e contínuo que engloba diferentes fases, desde a justificação do currículo até à sua avaliação e passando necessariamente pelos momentos de concepção-elaboração e de implementação" (Ribeiro, 1990). O currículo deverá pois ser entendido como algo que nunca está concluído, e que se encontra em permanente evolução.

Um dos modelos que descreve o desenvolvimento curricular é o baseado na situação. Este modelo congrega os problemas relacionados com o currículo que num contexto democrático se traduz num maior grau de autonomia dos professores para modelar a sua prática em relação à administração (Gimeno, 2000).

O modelo de desenvolvimento curricular baseado na situação assume uma participação por parte do professor e dos seus pares no desenvolvimento e definição de metas a atingir, envolvendo sempre que possível os alunos. Assume também que se verificam influências no currículo de Matemática dado esta ser uma área fruto do pensamento humano. Como se têm vindo a verificar contínuas alterações na área da psicologia e da didática, estas levam a alterações nos currículos de Matemática (Teixeira, 2004).

O currículo pode ser entendido num sentido amplo, como referem, Ponte, Matos e Abrantes (1999), incluindo tudo o que os alunos aprendem, seja como resultado de um ensino formal ou através de processos informais e não previstos, os quais constituem aquilo que alguns autores têm designado por currículo escondido ou oculto (Torres, 1995, 2000). Ponte, Matos e Abrantes (1986) referem ainda no mesmo estudo uma distinção entre os vários níveis de desenvolvimento de currículo:

O currículo enunciado – as intenções dos autores, dos programas estabelecidas nos documentos oficiais.

O currículo implementado – o modo como as orientações curriculares são concretizados, nomeadamente pelos professores.

O currículo adquirido – aquilo que os alunos efetivamente aprendem.

Esta distinção entre os vários níveis está de acordo com Pacheco e outros (1999) quando dizem que o currículo não é uma simples previsão de resultados mas uma amálgama de experiências imprevisíveis. Consequentemente, o currículo envolve não apenas intenções, corporizadas nos planos curriculares, programas, orientações e demais diretrizes, mas de igual modo, práticas resultantes da intervenção de diversos atores no processo de decisão.

Já Gimeno (2000) define seis níveis de decisão curricular:

O prescrito – o currículo desenvolvido pela administração central e que é adotado pela organização escolar.

O apresentado aos professores – o currículo apresentado aos professores dos mediadores, que geralmente não são os autores dos programas, mas por vezes através dos manuais escolares.

O modelado pelos professores – desenvolve-se a nível de escola e passa através do seu projeto educativo, do plano de formação adoptado para a escola e por fim pelas próprias representações dos professores.

O em ação – operacionalização da perceção dos professores sobre o currículo prescrito.

O realizado – é o resultado da interação didática, ou seja, é o currículo vivido pelos professores, alunos e todos os intervenientes no processo educativo. Se o currículo realizado não coincide com o currículo prescrito ficamos com o que Torres (1995) apelida de currículo oculto, que são processos e efeitos que não estavam definidos no currículo prescrito, mas que fazem parte da experiência escolar.

O avaliado – passa não só por ser a avaliação formal dos alunos, mas também por todas as fases acima descritas.

Por sua vez, de forma a adaptar os níveis de decisão curricular à realidade portuguesa, Paraskeva (1996) definia cinco fases no desenvolvimento do currículo, o prescrito; o apresentado; o programado; o planificado e o real. Estas últimas três fases implicam uma avaliação curricular já no âmbito da escola e dos professores que tem por base o currículo prescrito.

Para Romberg (1991), o currículo é o plano operativo que explica em detalhe o que devem fazer os alunos de matemática, como devem atingir as metas curriculares identificadas, o que devem fazer os professores para os ajudar a desenvolver o seu conhecimento matemático e o contexto em que tem lugar a aprendizagem e o ensino.

Rico (1991) estrutura o currículo em três níveis. O nível macro, onde são tidos em conta todos os factores capazes de influenciar a construção curricular; o nível médio em que se expressam as visões que a instituição, num todo, tem acerca do professor, do estudante e da matemática como saber cultural e como saber a ensinar; e por fim um nível micro onde se relacionam o professor e o estudante na construção do conhecimento matemático através do desenvolvimento curricular. Paralelamente Rico (2000, p. 54) propõe que um currículo seja desenvolvido por três entidades. Uma ministerial que define a política curricular, os "organizadores" do currículo, que numa primeira fase legislam o que se pretende com determinado currículo para a disciplina de Matemática. Numa segunda fase, uma entidade representada por professores, define a estrutura dos conteúdos a leccionar que o currículo consigna é apresentada de forma detalhada. Por fim, os professores que leccionam o programa, procedem a uma análise fenomenológica dos conhecimentos matemáticos para quem estes se destinam.

Referindo-nos ainda ao nível micro definido por Rico (1991), é aqui que segundo Gómez e Carulla (1997) se determinam e se tornam explícitos os objectivos que se espera que os alunos atinjam bem como o plano para os atingir. Estes objectivos passam pelo que a escola espera dos seus alunos, passando para um ponto a que Viñao (1998) apelida de Cultura de Escola.

A visão que possivelmente nos tempos atuais importa ter de currículo, será próxima da defendida por Gravemeijer (1991). Este contrapõe o modelo Theory guided bricolage ao bem conhecido modelo de Pesquisa, Desenvolvimento e Difusão – RDD. Esta visão de currículo, defendida por Gravemeijer (1991) e Akker, Gravemeijer McKenney e Nieveen (2006), propõe a ideia que adaptar, improvisar e ajustar continuamente é característica do desenvolvimento curricular, onde o desenvolvimento nunca para. Ou seja está-se perante um processo cíclico que alterna entre o desenvolvimento e a prática e o desenvolvimento e a pesquisa.

2.2. Porquê analisar manuais escolares

Analisar manuais escolares reveste-se de um interesse particular dado que em primeiro lugar, exibem uma gramática altamente explícita definindo o que entendem contar como elocução matemática, que pode não coincidir com o que é entendido pelos especialistas como elocução matemática; em segundo lugar, os textos de matemática escolar apresentam uma organização do discurso que os tornam reconhecíveis mesmo quando escritos numa língua que o leitor não domina; e em terceiro a forma particular de como se realiza o relacionamento dos matemáticos com os outros “praticantes” criaram o mito: a matemática é uma atividade mitológica sem paralelo no currículo escolar.

Com a diferenciação da Matemática para cursos profissionais e não profissionais, acabou-se por se obter também uma diferenciação dos respectivos manuais escolares. Essa diferenciação é marcante pelo menos em França e Inglaterra. Referindo o caso Inglês, Dowling, destaca três categorias qualitativas de currículo (grammar, technical e modern) correspondentes a distintos cursos cada um com o seu tipo de programa ou currículo. Os tipos de currículo foram explicitamente relacionados com a esperada profissão a desempenhar, logo diretamente relacionados com a classe social, tendo sido criados livros de texto para cada um dos tipos de currículo. Os livros de texto participam, tacitamente, na (re)produção da estrutura social. Dowling (1998) pretende identificar, relativamente aos livros de texto, o contexto pedagógico em detrimento do epistemológico e do linguístico.

Relativamente ao contexto linguístico, Bernstein (1971,1975) tem diferentes classificações para o discurso utilizado nos textos escolares. Num primeiro ponto, refere o da especialização do discurso, ou seja, cada discurso é próprio de uma categoria tendo a sua própria identidade e fronteira. Referindo-nos a um contexto escolar de disciplinas, estas fronteiras fazem ainda mais sentido. O segundo ponto tem a ver com a expressão linguística. Para um matemático, uma expressão matemática simbólica tem conotações com a linguagem falada, mas a conotação com o não matemático é pequena. Se a expressão for traduzida para português corrente o conteúdo permanece intacto dentro do contexto da matemática, no entanto o modo de expressão é menos especializado.

A análise de manuais escolares não é um assunto de ordem local, em muitos países vão-se realizando estudos de maior ou menor grandeza. Estas análises podem ser ao nível curricular, como comparações entre manuais de diferentes países. Só para citar alguns temos os casos dos estudos de Pepin e Haggarty (2001) que estudaram manuais escolares e o seu uso em Inglaterra, França e

Alemanha, e de Mouzakitis (2006) que comparou manuais escolares gregos e Italianos. Já Johansson (2005) estudou manuais escolares procurando a ligação entre o currículo prescrito e o implementado.

2.3.O conceito de manual escolar

Vivendo nós na dita era da informação, que surge e se difunde cada vez com mais celeridade, cujos meios de suporte são cada vez mais diversificados, existindo um cada vez maior número de meios de ensino e transmissão dos saberes, o manual escolar continua a ser para muitos o suporte privilegiado para a difusão desses mesmos saberes.

Em Portugal aos manuais escolares é atribuído um peso relevante no ensino, estando-lhes reservado o lugar de garante do saber transmitido pelos professores. Em contraposição pode-se referir o caso da Bélgica onde não são produzidos quaisquer manuais para alunos nem guiões para os professores. São os professores que criam e adaptam a partir de diversas fontes os materiais didáticos que entendem serem necessários. Todavia, o significado e definição de manual escolar de uma forma geral é relativamente consensual para a maioria dos investigadores e autores (IIE,2000).

Em Portugal referimo-nos indistintamente a manuais escolares e a livros de texto. Pois as duas designações podem-se considerar equivalentes, embora noutros países elas possam diferir. Aqui não será estabelecida distinção entre os dois termos. Neste estudo, seguindo Silva (2003), considero *manual escolar* toda a obra estruturada e integrada sistematicamente no processo de ensino/aprendizagem e que sugere uma ordem para a aprendizagem, tanto no que concerne à organização geral do conteúdo (capítulos, temas, parágrafos), como no que concerne à organização do ensino (apresentação da informação, comentários, aplicações, resumos, etc.)

2.4.Função dos manuais escolares

Já tem sido posta em causa a utilidade dos manuais escolares e o papel que desempenham por se achar que sendo-lhes atribuído demasiado relevo e importância se estará a secundarizar o papel do professor. No entanto, diversos autores defendem que o manual escolar continua a ser o material escolar mais comum nas escolas portuguesas, um recurso didático de grande importância, considerado o mediador da planificação mais influente, pelas consequências que tem, nos planos económico, pedagógico e social de cada país (Silva, 2003).

Como refere Roldão (1999) a primeira experiência no ensino de muitos professores quando chegavam à escola para leccionar, o primeiro contacto com a realidade escolar, acabava por ser o de passarem-lhe para a mão o manual adotado na escola, o respectivo horário, a apresentação de alguns colegas e o desejo de boa sorte e de realização de um bom trabalho. O programa a leccionar é o que está no manual.

Gérard e Roegiers (1993) distinguem as funções dos manuais escolares entre as relativas aos alunos e as relativas aos professores, que podem assumir formas muito diferentes consoante os autores dos manuais deem mais ou menos ênfase a uma ou outra função. Às funções atribuídas aos manuais escolares no âmbito dos alunos, que se podem classificar de tradicionais, dividem-se entre as orientadas para as aprendizagens escolares e as que permitem uma ligação entre as aprendizagens escolares e a vida quotidiana ou ainda com a (futura) vida profissional. Destacam ainda as funções de transmissão de conhecimentos, desenvolvimento de capacidades e de competências, consolidação das aquisições, avaliação das aquisições.

Quanto às funções atribuídas aos manuais relativamente aos professores destacam as funções de ajuda na integração das aquisições, referência, educação social e cultural. Estas podem ser ainda de formação ao nível da informação científica e geral, de formação pedagógica, de ajuda nas aprendizagens e na gestão das aulas e de ajuda na avaliação.

Gérard e Roegiers (1993) fazem ainda uma distinção entre manuais abertos – que se podem considerar autossuficientes – e manuais fechados – que suportam uma aprendizagem diferente consoante o contexto.

Os materiais curriculares que chegam às mãos dos professores são as interpretações que os diferentes autores fazem do programa, que, estão ainda sujeitas às imposições e políticas editoriais das editoras. O manual pode pois incorporar uma versão diferente do programa oficial ou até mesmo traduzir algo diferente do que o autor do manual se propunha apresentar. Ao adoptarem um manual os professores estão essencialmente a adoptar uma versão interpretada do programa oficial.

Segundo as observações saídas do estudo de 2000 do (IIE), *Inovação nos Planos Curriculares dos Ensinos Básico e Secundário – Reflexões sobre Manuais e Guiões de Língua Materna, Matemática e Ciências* – A organização de um manual em Portugal segue um modelo distinto dos de outros países europeus, nomeadamente dos produzidos em Espanha. As diferenças situavam-se, na pouca relevância dada à aquisição de competências operacionais e ao desenvolvimento de atividades de aprendizagem ligadas a situações concretas do quotidiano. Isso pressupõe uma perspectiva em que o aluno se limita quase só a adquirir e aplicar os conhecimentos proporcionados por outrem, sem lhe ser dada a oportunidade de procurar novos conhecimentos e de os estruturar. (IIE, 2000, p. 7)

As comparações com Espanha acentuam-se quando se trata da aferição da qualidade científica e pedagógica dos manuais. Em ambos os países o mecanismo de controlo encontra-se legislado, no entanto em Espanha só são efetivamente publicados os projetos editoriais que receberam aprovação. Em Portugal, segundo o artº 3º, do Decreto-Lei 369/90 de 26 de Novembro, "pertence à sociedade civil a iniciativa da elaboração, produção e distribuição dos manuais escolares", cabendo ao Ministério um papel de certificação ou seja, só depois dos manuais publicados e por vezes adoptados se acabam por observar eventuais erros e imprecisões de natureza científica ou pedagógica, ou ainda texto e ilustrações de qualidade considerada não satisfatória.

Isto é, passámos de uma situação de livro único, sobre o qual o estado controlava todo o processo, desde a aprovação de um projeto educativo até ao projeto editorial, passando ainda por um controle que compreendia a chancela do estado e a numeração do exemplar, para uma situação onde de uma forma quase caricatural se pode admitir tantos manuais quantos aqueles que alguém esteja disposto a escrever e se possam adoptar tantos quantos se pretendam desde que existam editoras dispostas a publicá-los.

CAPÍTULO 3

A Teoria da Atividade

A Teoria da Atividade tem origem na escola soviética de psicologia da qual Vygotsky é um dos seus fundadores. A teoria em si é bastante geral, não tendo em conta as maiores estruturas sociais que hoje são consideradas, tais como, a cultura, a opressão e a resistência.

Para Lev Vygotsky, (1979) as ações externas são interiorizadas como pensamento e esse pensamento é então estruturado como linguagem interna. Os pedagogos da educação de infância foram os primeiros a considerar o poder do pensamento de Vygotsky. A relação entre jogar, trabalho e cognição na vida de crianças está muito sustentado na teoria de Vygotsky da função do simbolismo dos jogos e a sua importância mais tarde na sua escolarização. A linguagem é vista aqui como uma forma de exprimir emoções, necessidades, afirmações, experiências e tudo o que seja importante para a vida de uma criança em vez de ser uma ferramenta para resolver exercícios de um livro.

A Teoria da Atividade foi retomada por investigadores do norte da Europa (Mellin-Olsen, 1987) como uma forma de descrever a vida completa de um indivíduo. A Teoria da Atividade descreve a vida dos grupos sociais com os quais os indivíduos se relacionam e refere-se a ações emergentes das próprias motivações dos indivíduos. A atividade está relacionada com o indivíduo como uma política individual da sociedade. Isto implica que o indivíduo, como membro da sociedade, está numa situação que lhe é pedida responsabilidade sobre a sua própria situação de vida, em particular, e para a sociedade em geral.

Sendo um indivíduo um membro, ativo, da sociedade pode ver-lhe negado o acesso à atividade, ou seja, indivíduos que são remetidos, forçosamente, para a passividade. Por exemplo para Paulo Freire (1972, 1975), é importante conceptualizar não só a atividade, mas também as restrições que podem ser feitas nas atividades, resultando em passividade, silêncio e distorções de comportamento. É bom recordar que existem indivíduos que combateram a opressão, que lhes negava o acesso à atividade. Os educadores têm que relacionar o seu currículo com as forças opressoras se quiser promover atividades. implícita a esta afirmação está que a falha para aprender um conceito matemático pode ser interpretado como uma falha do aluno para aprender um conceito importante, relevante para a sua atividade ou para as forças opressoras que lhe negam o acesso à atividade. Acrescenta-se ainda que atividade está relacionada com a dialéctica entre um indivíduo e o seu ambiente social. Portanto conceitos como comunicação e cultura estarão relacionados com atividade.

Leontev, um dos principais sucessores de Vigostky, que refere Atividade como conceito teórico, na fundação da compreensão científica do comportamento humano. Leontev (1978) descreve conhecimento, quando se discute o conceito de atividade, como sendo a atividade psicológica do homem, que assume as estruturas sociais e históricas e, significa ser-lhe transmitida por pessoas à sua volta no processo de trabalho cooperativo em comum com eles.

Tanto Vygostky como Leontev, construíram a sua psicologia fundamentados na concepção do homem de Engels e Marx. Essa concepção refere o homem como uma pessoa atuante por um lado como uma pessoa determinada pela história e determinando-a, por outro, sendo criado pela sociedade e criando-a. É neste contexto de materialismo histórico dialéctico que a Atividade, como um objecto para a psicologia é examinada - como o processo pelo qual o homem atua, dentro e no mundo, transforma-o e é transformado por ele. A condução básica para a Atividade é a produção para a sobrevivência: alimentação, casa, vestuário, etc.

Leontev afirma que outras teorias sociológicas, como a de Mead (Mead,1965), podem ser mais úteis para perceber as relações entre conhecimento, sentido e motivação. Mas por outro lado não nos dizem muito sobre o impacto da história do homem na história das suas atividades correntes. Também não dizem muito sobre as várias ferramentas de pensamento e ferramentas de comunicação para as atividades de aprendizagem. É precisamente neste campo que a Teoria da Atividade oferece uma teoria generalista de acordo com os propósitos dos educadores que têm um forte conhecimento, no nosso caso conhecimento matemático, ao seu dispor.

3.1. Níveis de atividade

A teoria da Atividade entende o indivíduo e a sociedade como uma unidade. O indivíduo atua sobre a sociedade ao mesmo tempo que é socializado por ela. A probabilidade que um determinado tópico de matemática escolar seja reconhecida como importante por um aluno, depende de como ele relaciona isso com as questões que influenciam a sua vida. Por um lado, conceitos aprendidos anteriormente vão influenciar o que é achado como importante no novo conhecimento. Por outro o novo tópico vai influenciar a avaliação que o aluno faz do currículo à medida que o vai experimentando. Tal aproximação dialéctica requer que o professor (ou quem desenhar o currículo) pense não só na totalidade do ato educativo como também na aula em particular. Tem assim de incorporar o que a lição representa para ele, ou seja, como é que a lição se relaciona com o que para ele é importante na totalidade do seu mundo, e como eventualmente transforma essa totalidade.

Christiansen e Walther (1984) foram dos primeiros que construíram uma teoria e uma metodologia para os propósitos dos educadores matemáticos. Esta teoria assentou nos trabalhos de Leontev (1981) e de Davydov e Markova (1982) que lhes permitiu estudar em detalhe, a relação entre tarefa educacional e atividade, construindo uma teoria educacional acerca das várias componentes da atividade profunda e detalhada. Para eles as relações entre, por um lado, motivos e objetivos e por outro lado, atividade e ação podem assim ser brevemente descritas como o fluxo de um determinado processo interno ou externo de atividade/ação desenvolve e prossegue com respeito ao motivo (o objeto factual) como a atividade, e com respeito ao objetivo (respetivamente o sistema de metas) como ação

As atividades não podem ser examinadas sem reconhecimento dos seus motivos e do objeto para o qual elas são orientadas. Motivos são decididos e determinados pelo indivíduo, em geral em cooperação com outros indivíduos, por isso a atividade é sempre social.

A grande questão para o professor é reconhecer que o comportamento de aprendizagem de um aluno é parte de alguma atividade, e ter que aprender do que essa atividade é acerca de forma a criar um “encontro” construtivo entre essa atividade e as várias tarefas educacionais que pode providenciar.

Uma atividade não deve ser observada isoladamente, isto é, deve ter-se presente todo o seu contexto. Ou seja, deve-se entender uma atividade pela observação do seu todo, não por umas quantas ações isoladas. Em contexto escolar esta observação é mais difícil, pois observa-se cada aluno na realização de uma qualquer atividade por breves instantes, sendo por vezes impossível mesmo de identificar as suas atividades, dado essa observação não ser feita de forma contínua. Ou seja, não se chega a descobrir quais são os objetivos dos nossos alunos relacionados com a aprendizagem escolar.

Atividades são então acerca de decisões, projetos e correspondentes objetivos dos indivíduos. O professor pode unicamente observar e fazer uma tentativa para perceber acerca do que se tratam. Classificando-as como, destrutivas, nos casos de comportamentos violentos, ou providenciar aos alunos situações previstas para iniciar atividades construtivas.

É aqui que Christiansen e Walther (1985) realizam a sua análise, discutindo a dialética entre atividade e tarefa educacional. A tarefa educacional é proposta pelo professor. As tarefas de matemática educacional são no geral todas componentes das nossas aulas: resolução de problemas, exercícios rotineiros do manual escolar, a aprendizagem de princípios matemáticos, matemática aplicada, etc. Este tipo de tarefas estão, em geral, relacionadas com a Atividade geral do aprendente e Atividade educacional específica: as tarefas e as atividades estabelecem o "ponto de encontro" entre o aprendente e o professor.

O papel das tarefas, ainda de acordo com Christiansen e Walther (1985), pode ser considerado em dois planos:

- a atividade dos alunos pode ser iniciada por meio de tarefas;
- para motivar para tipos específicos de atividade, tais como atividades exploratórias ou atividades de resolução de problemas, são necessárias tarefas específicas.

Estes autores continuam, a examinar o papel de regulação da atividade do aprendente relacionado com o "ponto de encontro" mencionado acima. O significado dessa análise pode ser reconhecida na perspetiva de desenvolvimentos à luz da educação matemática, referindo-se como os princípios da auto atividade. Mellin-Olsen (Olsen, 2002) interpreta acima essa regulação como dialética: a atividade está relacionada com a totalidade e as tarefas com as partes da totalidade. Tarefas estão nas mãos do professor, e o seu sucesso está dependente da sua visão sobre as atividades dos seus alunos.

Ainda segundo Olsen (Olsen, 2002), a atividade é um conceito político, social e de comunicação. Político pois o currículo de uma disciplina é algo que é definido centralmente, resulta da visão para a educação da força política que exerce o poder. O tipo de atividades a implementar será não só a interpretação que a escola faz do currículo, mas também como geradora de uma forma de ideologia. É social dado a atividade ser a forma como o individuo atua no seu mundo, o transforma ou é ele próprio transformado. No caso da sala de aula, os alunos são fortemente influenciados por fatores exteriores à sala de aula, pela família por exemplo. Dois grupos distintos de alunos podem ter comportamentos distintos. Para uns, a Matemática que têm na escola, tem tanta importância para as suas atividades da vida que os leva a querer aprender. Já o outro grupo de alunos, não reconhecem na matemática dada na escola, qualquer utilidade para as suas atividades da vida, acabando por virar totalmente as costas àquilo que lhe é pressupostamente ensinado. Por fim a comunicação é a forma como o grupo, social, se relaciona e com o determinar de quem está em posição de executar uma atividade. Se é o grupo que está por trás da atividade, a comunicação será necessariamente parte da atividade. Se o individuo executa uma tarefa sozinho, tal como a resolução de um problema matemático, continua a faze-lo em relação ao grupo ao qual pertence. A comunicação torna-se assim uma parte indissociável do processo. É através da comunicação que as ideias são partilhadas, estratégias desenvolvidas, e os projetos levados a cabo.

3.2. A matemática como linguagem

Como já referido entendo a linguagem como ferramenta básica do pensamento humano. Mellin-Olsen (Olsen,1987) trabalha o papel das ferramentas matemáticas do pensamento no contexto da teoria da atividade e salienta o facto de os alunos possuírem mais ferramentas matemáticas do que as que os professores supõem. A questão que sobreveio prendeu-se com o saber de que forma os alunos armazenam esse conhecimento e o comunicam noutros sistemas codificados que vão para além dos "autorizados" pelo currículo. É o conceito da translação do sistema codificado, ou seja, como é transposta a linguagem matemática apropriada pelos alunos para linguagem corrente.

Partir do princípio que o aluno possui um conhecimento matemático mais amplo do que o que se pensa, abre uma nova concepção da dialética de aula e da gestão da aula pelo professor. Se se torna evidente que o aluno realmente possui conhecimento matemático relacionado com o conteúdo da aula, há que considerar que tipo de estratégias tal situação pode gerar para o professor. Esta concepção implica necessariamente que se tenha de moldar a nossa análise da matemática não verbal contrastada com a verbal ou a matemática formalizada. Mellin-Olsen (1987) questiona-se se os sistemas de codificação são características da matemática (as equações, as formulas, as matrizes, as tabelas e por aí fora) ou se também se devem incluir as estruturas da linguagem falada que incorporam as codificações.

CAPÍTULO 4

A organização textual

Este capítulo centra-se na análise de teorias relacionadas com o estudo da linguagem e da textualidade. Após uma apresentação do modo como o trabalho de Ogden e Richads aprofundou as ideias de Saussure, discutem-se os conceitos de textualidade, coesão textual, estrutura temática e estrutura informacional

4.1. O triângulo de Ogden-Richards

O trabalho de Ogden e Richards (1923, 1995) centrou-se nas relações entre linguagem e significado. De um modo mais geral, a relação entre um sistema de sinais e significado. O modelo é representado de uma forma simples por um triângulo que mostra as relações entre uma situação da vida real, a sua mediação e o seu símbolo expressivo.

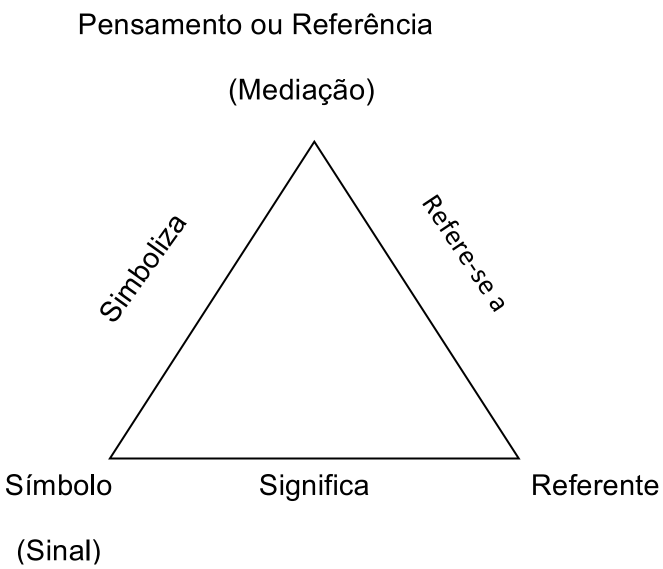


Fig. 4.1. Triângulo de Ogden Richards.

O tracejado demonstra que cada uso de um símbolo é o resultado da uma mediação pelo individuo. Para Vigotsky, o aparecimento do símbolo tem um objectivo: a sua interpretação, “thought of reference” nas palavras de Ogden e Richards. é subjetivo.

Daqui resultam algumas importantes implicações desta construção teórica, que são importantes para todos os tipos de linguagem educacional, incluindo importantes campos da educação matemática, e que podem ser vistos como corolários:

1. Dois indivíduos podem interpretar símbolos de diferentes maneiras desde que os encontrem num contexto educacional (ou outro);
2. Linguagens diferentes, ou sistemas de símbolos, organizam os sentidos de diferentes formas;

Ogden e Richards rejeitam a concepção de Saussure de símbolo e de significante. Referem-se ao uso da linguagem de Saussure como uma construção pronta a usar, predeterminando o discurso. Atendendo à linguagem como uma estrutura que emerge do uso dos símbolos pelo individuo no seu contexto social. Linguagem não é uma qualquer soma de partes de elementos linguísticos, onde o individuo desenvolve o repertório do seu discurso. Linguagem é um crescente repertório do léxico matemático do individuo, tal como ele continuamente constrói novos usos para os símbolos.

4.2. A textualidade

Para Duarte (2004) os falantes quando usam a língua não produzem palavras ou frases isoladas, desligadas umas das outras e do contexto situacional e discursivo. Pelo contrário, tanto os produtos resultantes do uso primário da língua na situação básica da conversa, como os que resultam do uso da língua escrita em situações não pessoais. Tanto os produtos de um só locutor como os que resultam da atividade colaborativa de vários falantes são objetos dotados de sentido e de unidade - ou seja, são produtos coesos internamente e coerentes com o mundo relativamente ao qual devem ser interpretados. A tais produtos chamam-se textos.

É usual utilizar o termo textualidade para designar o conjunto de propriedades que uma manifestação da linguagem humana deve possuir para ser reconhecida como um texto. As propriedades de textualidade mais significativas são: a aceitabilidade, a situacionalidade, intertextualidade, a informatividade e a conectividade.

A aceitabilidade designa a atitude do alocutário/ouvinte/leitor que consiste em considerar que uma dada configuração de elementos linguísticos que lhe cabe interpretar é uma unidade dotada de sentido. Consoante a instituição em que o texto é produzido, circula e é reconhecido, a posição e o poder simbólico dos participantes, a relação entre eles, o assunto do texto e o tipo de texto, são tolerados em maior ou menor grau desvios, rupturas, reformulações, imprecisões. Assim, quanto mais informal é a situação e mais conhecido o assunto sobre que se fala/escreve, tanto maior é a tolerância dos participantes relativamente à aceitabilidade do mesmo.

Já situacionalidade designa os factores que fazem com que um texto seja relevante para uma dada situação, explícita ou recuperável. A situacionalidade de um texto pressupõe os participantes locutor/escritor e alocutário/ouvinte/leitor como sujeitos situados, como lugares ou papéis sócio simbolicamente regulados, bem como todos os factores reguladores da interação verbal. Se um texto é relevante para uma dada situação, diz-se que é apropriado ou adequado.

Designa como intertextualidade a relação entre um determinado texto e outros textos relevantes, que fazem parte da experiência anterior do locutor/escritor e do alocutário/ouvinte/leitor; Esta propriedade relaciona, portanto, um texto concreto com a memória textual colectiva, com a memória de um grupo ou de um indivíduo específico. Tal relação é um dos factores estruturantes de cada texto concreto, na medida em que é na memória textual colectiva e de grupo que se funda a definição de modelos textuais, e manifesta-se materialmente num dado texto através de citações, remissões, comentários, reformulações ou relatos de fragmentos de textos relevantes.

A informatividade designa o grau de incerteza das ocorrências textuais. O grau de informatividade é tanto maior quanto mais «inesperada» for uma dada ocorrência textual - i.e, quanto mais numerosas forem as alternativas a essa ocorrência textual e, portanto, quanto mais improvável for a ocorrência textual efetivamente selecionada. Como é natural, um texto com um baixo grau de informatividade tem efeitos negativos sobre a atenção do alocutário/ouvinte/leitor, enquanto um texto com um elevado grau de informatividade potencia, em geral, a concentração dos recursos de processamento do alocutário/ouvinte/leitor na sua interpretação.

Por fim, designa como conectividade uma propriedade relacional que pode ser definida nos seguintes termos: existe conectividade entre uma ocorrência textual A e uma ocorrência textual B – ocorrência textual, expressão linguística de qualquer categoria ou dimensão que ocorra na superfície textual – se as interpretações de A e B forem semanticamente interdependentes

4.3. A coesão textual

Todos os processos de sequencialização que asseguram (ou tomam recuperável) uma ligação linguística significativa entre os elementos que ocorrem na superfície textual podem ser encarados como instrumentos de coesão, coesão textual. Tais processos podem ser divididos em processos de coesão gramatical e processos de coesão textual.

(2)

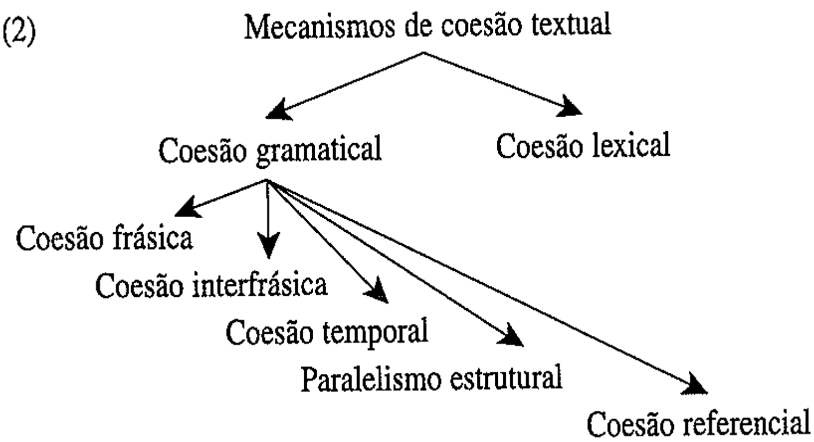


Fig. 4.2. Mecanismos de coesão textual.

Os mecanismos de coesão frásica asseguram uma ligação significativa entre os elementos linguísticos que ocorrem a nível sintagmático[1] e oracional, na superfície textual.

A coesão interfrásica é assegurada por processos de sequencialização que exprimem vários tipos de interdependência semântica das frases que ocorrem na superfície textual. Designa os processos de sequencialização que exprimem vários tipos de interdependência semântica das frases que ocorrem na superfície textual". São eles: Os conectores frásicos (Conjunção, Disjunção, Contrajunção ou junção contrastiva, subordinação) e as Pausas (ponto, ponto e vírgula, vírgula etc.)

Qualquer sequência textual só é coesa e coerente se a sequencialização dos enunciados satisfizer as condições conceptuais sobre localização temporal e ordenação relativa que sabemos

[1] Sintagma - consiste na combinação de um núcleo com outros grupos de palavras formando os sintagmas nominal, verbal, adjetival, adverbial ou preposicional.

serem características das situações no mundo relativamente ao qual deve ser interpretada a referida sequência textual.

Um dos processos de assegurar a coesão textual é a presença de traços gramaticais comuns (e.g., tempo, aspecto, diátese), da mesma ordem de palavras ou da mesma estrutura frásica em fragmentos textuais contíguos. Tais fragmentos textuais são, portanto, paralelos estruturalmente.

A coesão referencial é a propriedade de qualquer texto em que se assinale, através da utilização de formas linguísticas apropriadas, que os indivíduos designados por uma dada expressão são introduzidos pela primeira vez no texto, já foram mencionados no discurso anterior, se situam no espaço físico perceptível pelo locutor/escritor ou pelo alocutário/ouvinte/leitor, existem ou não como objetos únicos na memória destes. Esta coesão pode ser garantida por vários processos linguísticos.

A coesão exofórica (ou referência) verifica-se sempre que, numa situação concreta de comunicação, um dado objecto, através de uma dada instrução linguística, é levado ao conhecimento do alocutário/leitor/ouvinte. A forma dessa instrução varia em função do conhecimento que o locutor/escritor tem – e pressupõe que o alocutário tenha – do referido objecto.

Assim, se o locutor/escritor supõe que o objecto em questão tem uma identidade incontroversa para o alocutário/leitor/ouvinte, a instrução linguística poderá ter a forma de um nome próprio ou de uma descrição definida. Na maioria dos casos, dos casos, este tipo de relação referencial é controlado pragmaticamente: o objecto em questão só tem uma identidade incontroversa no espaço cognitivo activado pelo texto - i.e., no espaço cognitivo determinado pelo discurso anterior e pela situação. É o que se passa com a maioria dos nomes próprios de pessoas, com *eu* e *tu* (nomes próprios dos participantes no discurso) e com o uso dos demonstrativos e possessivos.

4.4. Estrutura Temática e Estrutura informacional

Do ponto de vista cognitivo, um texto pode ser encarado como um processo de ativação de elementos pertencentes ao conjunto de conhecimentos e suposições partilhados pelos intervenientes na produção e interpretação desse texto e, simultaneamente, como um processo de introdução e armazenagem de elementos cognitivos novos.

Assim, um texto fala sempre de um ou mais assuntos – o(s) tópico(s) – e, em geral, o que diz acerca dele(s) – o comentário – acrescenta elementos cognitivos adicionais ao que constituía o nosso conhecimento anterior desse objecto. O modo como um texto seleciona e vai apresentando os tópicos - a sua estrutura temática - e o modo como distribui a informação que apresenta - a sua estrutura informacional - estão, assim, profundamente ligados.

Às expressões que funcionam como tópico de unidades textuais superiores ao período chamam-se tópicos discursivos; às que funcionam como tópico de uma frase, tópicos frásicos. Tanto os tópicos frásicos como os discursivos podem denotar indivíduos (cf. (1a)), conceitos (cf. (1b)), propriedades ou relações, enquadramentos espácio-temporais ou situações relativos a quaisquer universos de referência (cf. (1c)):

(1) (a) o gato da "Alice" desaparecia e deixava ficar o sorriso.

(b) Quanto à solidariedade, eles nem sabem que isso existe!

(c) Gostares dele…: É preciso teres "mau gosto!

Em geral, um tópico tem a função cognitiva de selecionar e ativar um elemento existente na memória passiva do alocutário/ouvinte/leitor, transferindo-o para uma memória ativa em que possa ser combinado com novos elementos cognitivos introduzidos pelo comentário. Esta função cognitiva dos tópicos determina que, habitualmente, os seus referentes tenham sido apresentados no discurso anterior ou sejam, na situação concreta em que o texto está a ser produzido e interpretado, acessíveis ao locutor e ao alocutário/ouvinte/leitor - i.e., os tópicos são, em geral, co(n)-textualmente dependentes. Por esta razão, os tópicos frásicos são, de um modo geral, expressões definidas, pronomes ou categorias vazias integradas em cadeias referenciais. Observe-se o fragmento textual presente em (2):

(2)"Era uma vez três traços, que viviam sozinhos, um para cada lado. Dois grandes e um pequenino. Um dia, andavam eles a passear, tristes da sua solidão, quando de repente se encontraram. Ah!, exclamaram os três em coro. E formaram um A. Os três tracinhos do A ficaram parados a ver quem passava. [...]". (LDS: 1-2]

Em (2), a expressão três traços introduz o tópico discursivo de todo o fragmento, que é retomado pelos termos coreferentes eles, se, os três, os três tracinhos do A, e pelos sujeitos nulos de quando de repente se encontraram e de e formaram um A. A partir do momento em que é introduzido no texto, três traços passa a funcionar como o centro em torno do qual se organizam os elementos cognitivos fornecidos pelas sequências seguintes, que especificam e enriquecem o espaço cognitivo centrado no tópico. Assim, por exemplo, os três tracinhos do A, uma retomada do tópico discursivo, contém um elemento cognitivo acerca do tópico (do A) introduzido no comentário da sequência anterior (e formaram um A).

Para que a estrutura temática de um texto seja coerente, é necessário que os elementos cognitivos fornecidos pelo comentário sejam relevantes acerca do tópico. A relevância recobre uma grande variedade de relações conceptuais que o comentário deve manter com o tópico, e envolve a escolha, de entre os vários comentários possíveis acerca do tópico que satisfaçam a conectividade conceptual, apenas daqueles que, num determinado momento preciso do desenvolvimento do texto, e na situação concreta da sua produção-interpretação, são considerados pelo locutor como contributos para a progressão temática do texto. Assim, num dado ponto do texto, os elementos cognitivos pressupostos pelo conhecimento que já temos do mundo ou por informações apresentadas no discurso anterior e os elementos que podemos inferir a partir do discurso anterior não ocorrem, em regra, na superfície textual.

A dependência co(n)textual dos tópicos é uma consequência natural do modo como normalmente fornecemos informação: na posição de locutor/escritor, selecionamos para assunto um elemento cognitivo que supomos existente na memória do nosso interlocutor e, a partir dele, construímos proposições acerca desse assunto, contendo elementos cognitivos que consideramos novos e relevantes; paralelamente, quando processamos informação na posição de alocutário/ /ouvinte leitor, procuramos, por referência ao conjunto de conhecimentos e suposições de que dispomos, o elemento cognitivo que funciona como centro do espaço cognitivo apresentado por um dado texto. Assim, o tópico corresponde em geral a informação de que já dispõem o locutor e o alocutário (i.e., a informação dada) e o comentário contém por regra informação nova; por esta razão, observa-se interlinguisticamente uma tendência para o tópico preceder o comentário.

Em português, o estatuto informacional (dado ou novo) das várias expressões linguísticas presentes numa unidade textual é geralmente assinalado através da ordem de palavras. Assim, considerem-se exemplos como (9a) e (9b), que se opõem minimamente pela posição ocupada, respectivamente, pela expressão os atletas:

(9) (a) Os atletas telefonaram do aeroporto.

(b) Telefonaram do aeroporto os atletas

Enquanto em (9a) os atletas é o tópico da frase e é apresentado como transmitindo informação com o estatuto de dado, do aeroporto, que faz parte do comentário, transmite a informação com maior grau de novidade: é o foco Informacional da frase. Por defeito, em português, os constituintes que ocupam a posição mais à direita são interpretados como foco informacional. Assim, na frase (9b), a posição final ocupada pela expressão os atletas, leva-nos a interpretá-la como foco informacional. Por esta razão, (9b) mas não (9a) pode constituir uma resposta (redundante) à pergunta Quem telefonou do aeroporto?

CAPÍTULO 5

A Teoria da Atividade Social

Os conceitos sociolinguísticos de Bernstein, código restrito (restricted code) e código elaborado (elaborated code), sendo o código restrito a base da linguagem da classe trabalhadora, uma linguagem principalmente relacionada com o material concreto. O código elaborado, localizado na classe média, é a expressão base de uma linguagem a qual contém muitas mais expressões generalistas e relacionais.

Atualmente, esta visão de Bernstein do código restrito, já não é representativa dado se considerar que a linguagem da classe trabalhadora é tão rica como a linguagem da classe média: são só apenas os sistemas de codificação que são diferentes. Falta “As vantagens das escolas vocacionais”

O conhecimento e o desenvolvimento do conhecimento não estão só dependentes de condições económicas durante um certo período de tempo. O conhecimento, as suas formas e expressões, têm uma história o qual providencia ao aluno as bases para a aprendizagem de hoje. A melhoria das condições económicas não tem necessariamente que corresponder a uma melhoria da transmissão de conhecimento.

Pode-se perguntar porquê estudar particularmente a matemática escolar? A escolha da matemática escolar não é arbitrária, Dowling (1998) sustenta que existem pelo menos três razões pelas quais pode ser referida para estudo. Em primeiro lugar, exibe uma gramática altamente explícita acerca do que pode contar como elocução matemática e o que pode contar verdadeiramente como elocução matemática. Em segundo lugar os textos de matemática escolar possuem mais características próprias que as restantes disciplinas. Em terceiro lugar a forma particular de como se realiza o relacionamento dos matemáticos com os outros “praticantes” criaram o mito: a matemática é uma atividade mitológica sem paralelo no currículo escolar.

Desde a generalização do ensino, um pouco por todo o mundo, que a Matemática tem mantido um papel proeminente, dado ser considerada útil em praticamente todos os campos de atividade, contrariamente ao defendido por uma certa visão elitista que consideram a matemática como uma atividade intelectual isolada das outras atividades.

Para Dowling (1998), as visões utilitárias da matemática podem ser associadas com a mitologia, compreendendo três mitos de, ou da, matemática escolar. Estes mitos matemáticos, são designados por Dowling como os mitos da referência, participação e da emancipação, também referido como o da etnomatemática. O mito da referência hierarquiza a relação entre atividade intelectual e as atividades consideradas manuais. O sucesso prático não permite um reconhecimento como o sucesso académico. Esta hierarquia é sustentada pela matemática, na medida que os matemáticos consideram que embora os trabalhadores manuais possam ser bem sucedidos na realização de tarefas de natureza matemática, não as conseguem entender como tal, é a prova definitiva da sua falta de compreensão acerca da mesma.

Os livros de texto ou os manuais escolares incorporam frequentemente um número considerável de atividades não matemáticas mas com sequências de tarefas que rapidamente se deslocam rapidamente de um contexto para outro. Os matemáticos sempre defenderam que o paralelismo entre os dois contextos não era possível, a não ser realizado por eles.

Já no mito da participação, a matemática não é construída como algo que não seja ela própria. A matemática justifica a sua existência no currículo escolar pelo mérito da sua utilidade na optimização das atividades mundanas dos estudantes, denominada matemática em contexto. Aqui a matemática é construída não como um sistema de troca de valores mas sim como um reservatório de valores a serem utilizados. Uma distinção fundamental entre troca de valores e uso de valores é que o primeiro é construído num e por um sistema, assim o mito da participação não necessita de estabelecer a matemática como um conhecimento sistemático; contrariamente ao mito da referência, onde existem dois universos, no mito da participação considera-se a existência de um só mundo, onde se encontram guardadas no cérebro um conjunto de ferramentas matemáticas que aguardam o momento de serem chamadas.

O mito da participação reconhece o trabalho das ferramentas matemáticas em diversas práticas. Constrói um papel para a educação matemática ao providenciar a "caixa de ferramentas" (residentes no cérebro) e uma falta patológica na parte dos conteúdos para serem tutorados.

Dowling (1998) conclui a menção aos mitos, com o mito da emancipação. Este situa-se quase em oposição aos anteriores, dado não enquadrar a matemática nos grupos culturais e académicos dominantes. É celebrado aqui o conhecimento matemático já existente, conhecimento matemático que foi "congelado" como um tipo de trabalho matemático morto. É citado Gerdes (Gerdes,1979, 1991) o qual refere que os moçambicanos não escolarizados já conheciam o teorema de Pitágoras mas o colonialismo, que impunha um modelo escolar europeu, não permitia que esse conhecimento fosse dado a saber nem admitia que um povo não escolarizado o pudesse saber, ou seja não era permitido à cultura africana falar por ela própria.

5.1. Textos Pedagógicos

Dowling (1998) propõe o que é um texto pedagógico e qual a sua relação com o aprendente, procurando fazer uma distinção entre o que é do domínio pedagógico e o que é autoinstrução. A diferença é feita recordando que um manual de instruções é um exemplo de um texto de autoinstrução. Ou seja, se um manual de instruções fizer uma má representação da prática a representar, o aprendente é livre de recrutar e interpretar o texto de acordo com critérios sobre os quais tem controlo. Não existe qualquer relação pedagógica envolvida. Não é o caso quando o manual é um mediador entre professor e aluno.

Um texto para ser considerado pedagógico, segundo Dowling (1998), deve envolver a relação entre duas posições subjetivas, de um lado, uma que domina o que acha que deve ser ensinado, e do outro, alguém com pouco ou nenhum conhecimento sobre o assunto. Dowling chama a esta relação pedagógica uma relação de aprendizagem. Por sua vez é feita ainda a distinção entre tarefas manuais e não manuais. Como tarefa manual, pode-se considerar como uma relação de aprendizagem, a relação que se estabelece entre o latoeiro e o aprendiz, só com muita observação e prática, o aprendiz se tornará latoeiro. Os livros de texto, pelo contrário, estão presentes em relações pedagógicas que envolvem pouca interação manual.

Os livros de texto podem ser ainda independentes ou dependentes do contexto. Relativamente a estes últimos, a sua criação mistificou a matemática como algo que é acerca de outra coisa que não a matemática, ou como estando implicada com outras atividades, mito da participação, mistificando práticas domésticas.

Já Darlinda Moreira refere que os textos produzidos nas interações põem em contato ideologias, comunidades, pessoas e objetos e é através das interações que se vão concretizando, entre estes, diferentes componentes, que se vai proporcionando o desenvolvimento de socializações que possibilitam, não só o conhecimento de um determinado meio, mas também o conhecimento de que nesse meio, se deve estar de determinada forma (1999). A mesma investigadora também estudou a linguagem matemática em contexto de sala de aula, destacando que "a comunicação requer tanto um contexto como interlocutores. Na verdade, no processo comunicativo existe um contexto e um grupo social que lhe dá sentido. Nas salas de aula de Matemática há pelo menos dois contextos linguísticos — um que surge das línguas nativas dos alunos (ou variedades de linguagem) e outro que vem da linguagem da matemática — o processo de comunicação matemática torna-se altamente complexo como resultado da mistura de diferentes tipos de línguas, tanto na forma escrita como na falada" (2004, p. 111).

Todos os textos podem ser descritos ou construídos em função de quem os vai ler. Os manuais escolares estão direcionados ou vocacionados para estudantes. No entanto, os livros de texto também constroem os professores que os utilizam para as suas aulas. O professor deve considerar os livros mais apropriados para as suas aulas de forma a ir ao encontro do tipo de alunos que possui, ou à construção que faz do currículo.

O estudante, tanto o ser intelectual como o ser social é objectivado pelo texto, o qual também recruta o professor como agente de objectivação. Um dos papéis do professor é moldar um olhar pedagógico e matemático no aluno, o que marca a diferença fundamental entre ensinar, por um lado, e aprender por outro. Aprendizagem implica a criação de assuntos por meio de uma iniciação do aprendente na área do perito.

Numa relação de mestre–aprendiz existe uma coincidência entre conteúdo pedagógico e ação pedagógica. No ensino, esta coincidência pode não ser muito evidente. Dowling refere que em alunos muito novos, de baixas capacidades, o professor é construído não como um perito em matemática, mas sim como um perito em ensinar, mais particularmente em relação à prática de avaliação.

No caso inglês, segundo Dowling, o deslocamento entre os conteúdos pedagógicos e a ação pedagógica é tornada possível pela forma particular como a institucionalização do ensino é feita, ou seja o conteúdo do currículo foi regulado oficialmente numa considerável extensão, através do Currículo Nacional com standardização dos livros de texto e dos exames públicos. Esta regulação do currículo constitui também uma regulação sobre o professor, então este funciona como uma correia de transmissão.

Parece ser evidente também que no caso português, onde se verifica de igual forma a existência de um Currículo Nacional prescrito, se evidenciem algumas diferenças nas diferentes ações pedagógicas a praticar a nível de sala de aula.

Em Inglaterra, segundo Dowling (1998), o currículo foi dividido em categorias qualitativas, a saber, o académico, o técnico e prático referidos como o *grammar*, *technical* e *modern* respectivamente. Em Portugal, no ensino secundário, têm-se unicamente duas categorias, o currículo normal, vocacionado para o prosseguimento de estudos, e o ensino profissional.

Ainda em Inglaterra, os tipos de currículo foram explicitamente relacionados com a esperada ocupação a desempenhar, logo diretamente relacionados com a classe social, mas a retórica dividiu-os em “tipos particulares de mente”. No início dos anos noventa, passou-se da diferenciação qualitativa para a diferenciação quantitativa, resumindo-se muito superficialmente a uma questão de ritmo de aula.

O currículo igual para todos não beneficia quem não está socialmente preparado para dele usufruir, mas também argumenta que um currículo preparado em função dos alunos vai predeterminar o sucesso de alguns e o insucesso de outros.

Para Dowling (1998) a importância de se estudarem livros de texto, e consequente análise efectuada, tem a ver com a participação tácita que estes possuem na (re)produção da estrutura social. A análise de Dowling aponta para a questão: como é que o livro de texto seleciona e distribui as modalidades de transmissão do conhecimento matemático? Dowling (1998) pretende afirmar que qualquer texto pedagógico constrói tanto a mensagem como o leitor de uma forma que é consistente com as condições acerca das quais participa.

5.2. As práticas discursivas e não discursivas

A prática discursiva lida com os processos pelos quais os significados culturais são produzidos e percebidos, assentando em quatro percepções relacionadas com o discurso. Uma é a afirmação de que as realidades sociais são construídas linguística e discursivamente, a segunda é a apreciação da natureza do contexto limite do discurso, a terceira é a ideia de discurso como ação social e a quarta é o entendimento que significado é negociado em interação em vez de estar presente em todas e mais algumas expressões.

Segundo Dowling (1998) as práticas discursivas podem ser altas ou baixas. Práticas que exibem uma saturação discursiva baixa são dependentes do contexto desde que não incorporem princípios reguladores explícitos. Por outro lado a disponibilidade desses princípios em práticas que exibem uma alta saturação discursiva são comparativamente independentes de qualquer contexto imediato.

A ciência matemática atual é um caso de alta saturação discursiva, uma prática altamente organizada ao nível do discurso produzindo expressões generalizadas. O desenvolvimento de tais práticas é como Bernstein (1971) sugere, indicativo de uma complexa divisão do trabalho. Práticas domésticas e práticas manuais são exemplos de baixa saturação discursiva, porque não são em geral altamente organizadas ao nível do discurso e então produzem expressões (ou discursos) localizados.

A existência de uma mais alta ou mais baixa saturação discursiva está, segundo Dowling (1998), relacionada com a natureza da subjetividade e a sua produção através da ação pedagógica. A alta saturação discursiva está diretamente relacionada com a metáfora e a metonímia. Quando se olha para as expressões matemáticas como uma série de símbolos matemáticos, idealmente exemplificados numa equação matemática ou numa demonstração, a matemática deve ser vista como uma metonímia. Por outro lado, a matemática escolar envolve frequentemente referências a objetos e relações não matemáticas, parecendo ter então uma relação metafórica.

Dowling (1998) segue a descrição de autor e leitor modelo como estratégia textual de Umberto Eco (1976) e as categorias autor e leitor são princípios da análise de texto. Dowling escolhe para o objecto principal de análise um texto monológico, ou seja, um texto que construa uma posição autoritária e unitária, isto é, os livros de texto de matemática escolar. Um texto pedagógico é um discurso dentro de um contexto de uma relação pedagógica a qual implica um sujeito pedagógico e um ou mais objetos pedagógicos.

Dowling parte do trabalho de Berstein (1971) sobre a de especialização do discurso e sobre expressão. Cada discurso é próprio de uma categoria tendo a sua própria identidade e fronteira. Referindo-nos a um contexto escolar de disciplinas, estas fronteiras fazem ainda mais sentido. Já em termos de expressão (linguística), uma expressão matemática simbólica tem conotações com a linguagem corrente, mas a conotação com o não matemático é pequena. Se a expressão for traduzida para português corrente o conteúdo permanece intacto dentro do contexto da matemática, mas o modo de expressão é menos especializado.

5.3. A proposta de Paul Dowling

A teoria da atividade social de Dowling encontra-se alicerçada na Descrição Construtivista de Bernstein, onde a atividade constitui um espaço analítico e é sempre idealizada no espaço empírico. As atividades são elas próprias constituídas por (e pela (re)produção de) divisões do trabalho em sociedade. Atividade é para ser entendida como a base contextual de prática social, assim qualquer atividade particular deve especializar práticas e uma atividade estabelece uma ou mais posições as quais podem ser ocupadas por individualidades, sendo essas posições, posições especializadas. A relação entre práticas e posições associada a uma particular atividade é a seguinte: uma atividade regula quem pode dizer, fazer ou dar sentido ao quê; ou seja, a matemática escolar constrói uma hierarquia de posições entre professor e estudantes de diferentes idades e capacidades, isto é conseguido pela distribuição das práticas da matemática escolar (conhecimento matemático e pedagógico) através da hierarquia.

As práticas e as posições de uma atividade também se concretizam em textos, um texto é uma elocução (linguística e/ou não linguística) ou um conjunto de sequências de linguagem feitas através do contexto de uma ou mais atividades. Para Dowling, o objecto empírico de análise é o currículo da matemática escolar. Textos pedagógicos constroem os autores como transmissores e os leitores como adquirentes, o transmissor está em posse dos princípios reguladores das práticas das atividades que os adquirentes irão adquirir. Transmissores e adquirentes são construções textuais as quais são realizações textuais de posições. As práticas e as posições de uma atividade são assim transformadas em textos pedagógicos. A produção de uma versão mais definida das práticas será referida como uma mensagem, a produção de uma versão mais definida das posições será referida como voz. Dowling discute a composição do nível estrutural da linguagem: a atividade; e a linguagem ao nível do texto.

Dowling atribui três níveis à Teoria da Atividade Social: o estrutural, o textual e o dos recursos. O nível estrutural da linguagem trata a atividade, as suas práticas, caracterização e posições. A linguagem ao nível do texto, a (re)produção de práticas e subjetividade através da construção de mensagem, e voz através estratégias textuais. E por fim o nível dos recursos, numa base semiótica. Nas secções seguintes discutirei cada um destes níveis de atividade social.

5.3.1. Nível estrutural

5.3.1.1. Práticas: Domínios de prática

A semântica global compreende formas de expressão e conteúdos respeitantes a significados e significantes. Estes são articulados como totalidades relacionais que constituem atividades, ou seja, as suas práticas e posições. Dowling afirma que a matemática escolar especializa as suas práticas e subjetividades suficientemente para serem referidas como atividade. O positivismo da matemática escolar como atividade deve emergir dentro de um contexto da sua descrição como atividade.

Considerem-se os quatros exemplos seguintes:

1. Resolva:
    a. $18x + 92 = 137$
    b. $0{,}7x + 3{,}2 = 4{,}88$
    c. $2{,}9x - 3{,}5 = 19{,}7$
    d. $0{,}4x - 4{,}6 = -2.0$
2. Qual a conta para cada uma das listas de compras?
   Faça cada uma das contas mentalmente
    a. 1 kg de batatas; 1kg de uvas;
    b. 2 kg de laranjas; 1kg de maçãs;
    c. 1 kg de bananas; 200g de cogumelos; 1 kg de maçãs.
3. Um café encomenda, todos os dias, *p* pães brancos e *q* pães castanhos, durante *r* dias.
   O que lhe diz cada umas das seguintes expressões?
    a. $p + q$
    b. pr
    c. qr
    d. $(p + q)r$

4. Considere a seguinte *máquina de cálculos encadeados*

$3 \longrightarrow (\times 2) \text{———} (\times 8) \longrightarrow (\quad)$

Qual o valor obtido, quando se introduz o valor 3?

O primeiro valor obtido é: $3 \longrightarrow (\times 2) \longrightarrow$ 6;

O segundo valor obtido é: 6 $\longrightarrow (\times 8) \longrightarrow$ 48

O exemplo 1 é sem sombra de dúvida um texto de matemática escolar tanto em termos de forma de expressão como de conteúdo. A palavra resolva é para ser claramente interpretada como um processo matemático e não como outra coisa qualquer. O discurso associado a resolva é metonímico. Este tipo de textos exibe uma forte classificação ou conhecimento matemático. Já o exemplo 2 tem algumas características de textos de matemática escolar, no entanto, parece indexado a uma prática doméstica de compras. Verifica-se uma ausência de especialização quer em termos de expressão quer em termos de conteúdo. Este exemplo traduz uma fraca classificação de conhecimento matemático. Já o exemplo 3 é um híbrido. O conteúdo da tarefa é não matemático, ou seja, é uma prática económica de gerir um café. No entanto a tarefa incorpora expressões matemáticas algébricas. O conteúdo das expressões é não matemático, a expressão $p + q$ traduz o número de pães encomendado todos os dias, o conteúdo indica uma fraca classificação de conhecimento matemático. Já a forma de expressão da álgebra está fortemente relacionada com o conhecimento matemático. Por fim no exemplo 4 o contexto é inequivocamente matemático, todos os significantes estão relacionados, ou são, objetos matemáticos, no entanto um dos significantes, máquina, é uma expressão não matemática. É introduzida aqui uma metáfora, máquina para operação aritmética. Neste caso, uma forma de expressão não matemática foi incorporada dentro de um contexto matemático. Estes quatro exemplos, com as suas características, ilustram os quatro domínios de prática escolar matemática.

Desde que a forma de expressão e conteúdo possa ser medida separadamente em termos de força de classificação, fraca ou forte, o produto destas duas escalas geram o espaço ilustrado na figura 5.1.

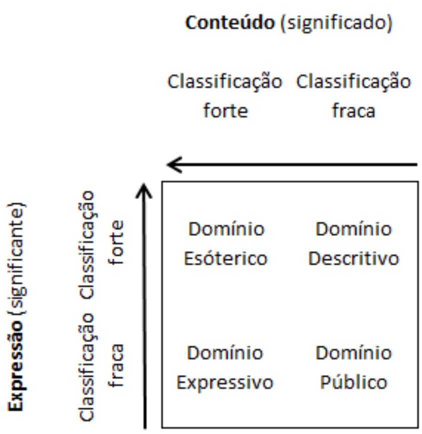


Fig. 5.1. Domínios de Prática.

A matemática é um campo natural para o surgimento ou existência de um discurso alicerçado no rigor formal e na demonstração, sendo aceite que assim seja. Mesmo a matemática escolar apresenta, em geral, um nível alto de saturação discursiva relativamente a outras disciplinas escolares.

A distinção crucial entre práticas que exibem uma saturação discursiva elevada (DS^+) e uma saturação discursiva baixa (DS^-) situam-se ao nível dos princípios da organização do discurso. Ou seja, está relacionado com o facto de as práticas DS^+ apresentarem ao nível do discurso uma organização altamente complexa e exibem comparativamente às DS^- uma completa articulação.

Atividades pedagógicas como a matemática escolar constroem uma hierarquia de posições, ou seja, devem construir posições de transmissão e aquisição. Desde que as ações pedagógicas se entendam no tempo, estas atividades devem também construir uma hierarquia dentro da categoria de 'aquisição de posição', no mínimo em termos de grau de progressão ou carreira. Adicionalmente nem todos os adquirentes potencialmente se tornam também eles transmissores. Existem posições dominantes e posições subalternas, as posições mais dominantes esgotam a prática de uma atividade, que é o caso que Dowling apelida de 'assunto'. O processo de criação de 'assunto' é apropriadamente referido como 'aprendizagem'. Algumas das posições construídas pela atividade podem ser descritas como 'posições de aprendente'. A ação pedagógica prossegue através da construção de correntes metonímicas as quais devem entrar no domínio esotérico (linguagem altamente técnica), a ação pedagógica deve tornar-se então acessível de forma a estabelecer a complexidade semiótica da DS+. Ao ser estabelecida a posição de aprendente com subjetividade limitada com respeito a qualquer região do domínio esotérico, a posição do aprendente passa (metaforicamente) do domínio público para o esotérico. O ingrediente essencial da aprendizagem é a ação pedagógica visível.

Uma atividade que ilustra a recontextualização de práticas domésticas (compras de produtos idênticos numa loja) pela matemática escolar, é uma atividade que deve construir a posição de 'comprador', é um tipo de atividade sem qualquer subjetividade, particularmente são bastante objectivados pela atividade, é uma atividade de domínio público, esta posição de domínio público é identificada como posição objectivada. A figura 5.2 esquematiza a relação hierárquica de Posições e Práticas na definição de atividade.

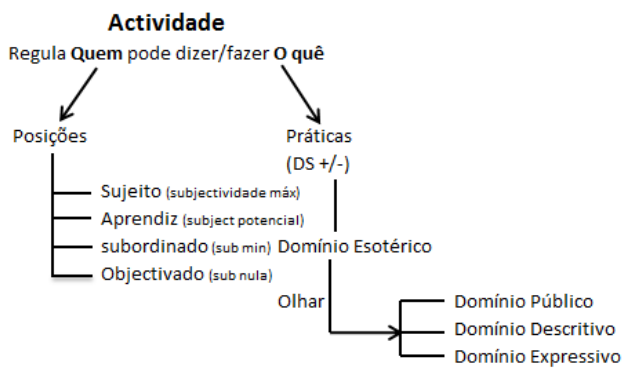


Fig. 5.2. Atividade.

5.3.2. O nível textual:

Correspondendo a práticas e posições ao nível estrutural de atividade, estão mensagens e vozes ao nível textual. Mensagens e vozes são os produtos diretos da análise de um certo texto, ou seja a produção de um texto como texto a partir de um texto como trabalho. Dowling descreve um texto pedagógico, na sua linguagem da descrição, como um entrelaçado de estratégias textuais que posicionam vozes e distribuem mensagens.

5.3.2.1.Vozes e Posicionamento de Estratégias

Qualquer texto monológico constitui um limite de vozes correspondendo a um subconjunto de posições construídos pela atividade. Espera-se que a voz do autor do texto corresponda à posição de assunto da atividade.

O texto deve constituir uma ou mais vozes dos leitores aos quais é atribuído um maior ou menor grau de potencial autoridade. As vozes dos autores são dominantes e as dos leitores são subalternas, estas últimas podem ser organizadas hierarquicamente. O posicionamento de estratégias que Dowling (1998) refere interpela as vozes subalternas como subordinadas à autoridade da voz da 'autoridade'. Esta autoridade enquadra-se na direção da transmissão e avaliação, Dowling (1998) chama a isto interpelação. O posicionamento de estratégias que opera na voz do leitor é referido como identificação, a construção de vozes objectivadas é referido como objectivação. A identificação da voz do leitor com uma voz objectivada é também uma objectivação da voz do leitor. A voz da autoridade pode ela própria constituir-se com outra voz, por exemplo, o texto pode reclamar a associação com matemáticos profissionais, Dowling (1998) refere-se a esta identificação de autoridade como filiação. A voz da autoridade pode identificar-se com o autor para constituir um autor deslocado, isto é um deslocamento. O posicionamento de estratégias não opera isolado das mensagens, é o caso da identificação do domínio público, a identificação seria impossível sem a produção de uma mensagem de domínio público.

5.3.2.2. Mensagem e Distribuição de Estratégias

A distribuição de estratégias pode expandir ou limitar o alcance da mensagem. A expansão de estratégias, alargando a mensagem a ser distribuída a uma dada voz em termos de alcance (intensivo e extensivo) de tópicos de domínios esotéricos e cenários recontextualizados (domínio público). A limitação de estratégias afecta o estreitamento da mensagem em termos de tópicos e cenários.

A associação entre distribuição de estratégias e a estrutura das vozes de um texto é contingente sob as suas combinações com outras estratégias de distribuição as quais dizem respeito ao discurso da atividade.

A noção de codificação da prática matemática em regra ou procedimento é instrutiva, por exemplo, o procedimento usualmente empregue na divisão de fracções; o efeito de tal codificação do discurso matemático num algoritmo é o de particularizar o conhecimento matemático, de reduzir o seu nível de abstração. O que distingue o discurso não procedimental do procedimental, prende-se com o facto de o primeiro exibir uma conectividade complexa, enquanto o segundo tende a empobrecer a complexidade. O discurso procedimental tende a apresentar uma atividade DS^+ como se de uma DS^- se tratasse. Um texto também pode procedimentar através do uso de exemplos. O uso de exemplos torna a mensagem ainda mais dependente do contexto. Em oposição tem-se o não procedimental, aqui o uso de definições e de classificações taxonómicas, etc., facilita a expressão dos princípios reguladores de uma prática DS^+. Um discurso não procedimental realiza-se no domínio esotérico, assim sendo deve envolver mensagens de domínio esotérico.

O alcance da mensagem sendo expandido ou limitado e o discurso sendo abstracto ou particular, produz uma combinação para gerar o espaço bidimensional mostrado na figura 5.3.
A Generalização, num contexto de domínio esotérico da mensagem, pode constituir uma articulação entre tópicos dentro de um discurso mais generalista. Já a especialização é a construção de uma mensagem abstracta relativamente a um tópico ou definição específica. Uma atividade como a matemática académica possui um maior número de posições de especialista que a matemática escolar.

Onde o discurso é particularizado, a fragmentação e a localização, respectivamente entendem o domínio esotérico como um segmento, em vez de um conjunto articulado. O domínio público é constituído como uma coleção incoerente de definições ou, alternativamente, como decorrente de domínio público, em vez de princípios de domínio esotérico.

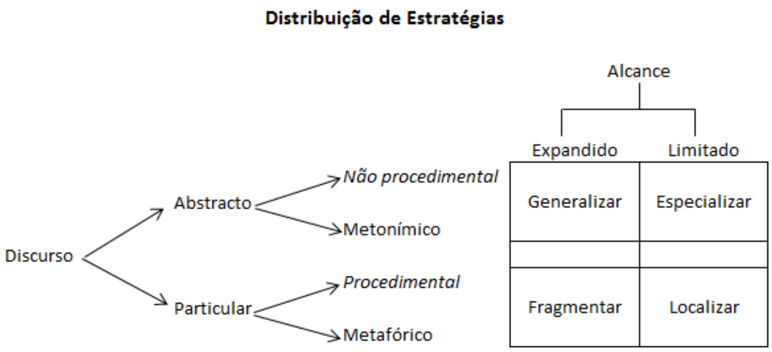


Fig. 5.3. Distribuição de estratégias.

5.3.3. O nível dos recursos

A teoria (da Descrição de Bernstein) pode afirmar que existirão estratégias de particularização e de abstração, não podendo predizer como essas serão realizadas em termos de recursos disponíveis. Por exemplo a produção de livros de texto pode enquadrar diferentes tipos de textos verbais, estilos literários, figuras de diferentes tipos, diferentes tipos de ligações, etc. Assim, as estratégias textuais são realizadas em textos pedagógicos através da implicação do que será referido como recursos.

5.3.3.1. Modos significativos: Ícone, Índex e Simbólico

Modos significativos descrevem a forma do relacionamento entre expressão e conteúdo que é implicado na produção de significados, refere-se a um repertório particular de recursos os quais estão implicados na localização e generalização de estratégias, além do mais, esses recursos particulares podem ser descritos com suficiente precisão para permitir a análise de conteúdo de textos empíricos.

Ícone, significa o virtual, a presença física da visão do leitor e pelo menos uma das suas leituras é predicada unicamente sob esse código de presença visual, ou seja, é como seria se lá estivesse.

Já o modo de significação que é referido como Índex, incorpora códigos visuais ou espaciais, mas não expressa o virtual, ou seja a presença física do leitor.

O terceiro modo de significação, o simbólico, é dado pelo texto alfanumérico na página, o qual é produzido como um modo significante através da articulação do que pode ser descrito como um código visual linear (os números e as letras devem ser escritos numa linha acentuada a qual codifica a sintagmática e a paradigmática) com códigos não visuais. O livro de Dowling é simbólico, um símbolo é alfanumérico e é visível unicamente em termos lineares, não incorpora um código de presença, é claro que o texto simbólico pode significar verbalizar uma presença virtual.

5.3.3.2. Escala para Ícone, Índex e Simbólico

O modo de significação encontra-se dividido em três modos: modo icónico, modo indexado e modo simbólico.

A natureza intrínseca do código visual da presença no modo icónico torna-o particularmente apropriado para a incorporação em estratégias que particularizam e limitam a mensagem, é o mesmo que dizer, na localização. Texto icónico de domínio público pode no geral, ser interpretado como uma afirmação da realidade e significado de uma definição específica de domínio público, que é, assim, promovida, enquanto o domínio esotérico é correspondentemente despromovido.

Por outro lado o modo da significação do texto não icónico, o indexado e o simbólico, facilita a alienação da presença, isso torna-o adequado para incorporação de estratégias generalistas. Sugere-se assim que a comparação entre os ratios dos modos icónicos e não icónicos em dois manuais escolares tem validade como medida da relativa importância da utilização de localização e generalização de estratégias.

Dentro da categoria ícone há diferentes graus de localização em termos do que pode ser descrito como uma interrupção do código da presença. A caricatura e o humor, em certos textos, têm a tendência para interromper o código da presença afirmando a impossibilidade de um ponto de vista. Uma terceira categoria, o código fotográfico, significa uma presença real. As três categorias são então, fotográficas – fotografias; não fotográfica mas representativa – desenhos – e representativa, mas incorporando recursos exagerados e/ou humorísticos – cartoon. Num todo constituem uma escala ordinal icónica em termos de interrupção do código da presença.

O arranjo espacial de símbolos em formato tabular é interpretado como indexado, existindo duas espécies de índex, as tabelas e os gráficos. Os gráficos são a categoria residual uma vez retiradas as tabelas. Gráficos, inclui toda a representação que é feita em matemática, mesmo mapas. Isto porque em termos matemáticos, o que está a ser significado não é um objecto visualmente realizável, mas sim uma construção formalmente definida. Não é possível dentro desta linguagem produzir um ícone que signifique um objecto matemático.

Um código visual adicional pode ser invocado, quando em qualquer dos dois significados, indexado ou simbólico, onde um desvio do tradicional tipografado para o manuscrito. O manuscrito pode constituir uma íconização do texto indexado/simbólico, mas é todavia o modo indexado/simbólico que é promovido. Ler predomina relativamente ao observar.

Nota: ms – manuscrito

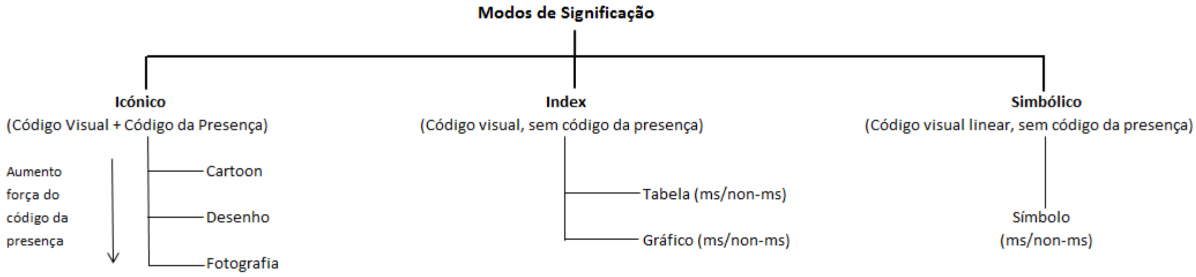


Fig. 5.4. Modos de Significação.

CAPÍTULO 6

Metodologia

Esta investigação teve como objectivo o desenvolvimento de uma análise comparativa entre os manuais escolares do ensino regular e os do ensino profissional dos últimos anos do ensino secundário. Mais especificamente, pretende-se determinar como o programa de Matemática A para os cursos científico humanísticos e o programa de Matemática para os Cursos Profissionais (CP) dos currículos portugueses em vigor para o ensino secundário (10 a 12º anos de escolaridade) é transposto em linguagem matemática para os manuais escolares tendo em conta os diferentes público alvo.

De modo a caracterizar a linguagem utilizada nos diferentes livros de texto, o trabalho cruzou um instrumento desenvolvido num trabalho anterior, que analisou os níveis de utilização das calculadoras gráficas em livros de texto (Carvalho, 2006, 2009), com a literatura que aborda a temática dos manuais escolares e estruturas da linguagem, mais particularmente, alicerçada na Teoria da Atividade Social de Dowling (Dowling, 1998), inteiramente dedicada à análise de livros de texto.

De forma a ser possível dar resposta ao objetivo desta tese analisei os manuais segundo os três níveis de atividade social: estrutural, textual, e recursos.

6.1. A investigação qualitativa

Dada a natureza das questões em análise, bem como a necessidade do estudo ser realizado em detalhe e profundidade, de forma a poder responder às questões levantadas, tudo apontaria para uma metodologia de natureza qualitativa de análise de conteúdo.

A opção por uma metodologia de natureza qualitativa prende-se com o facto de todos os dados a recolher, serem observados diretamente dos manuais escolares. A recolha dos dados foi feita sob a forma de palavras e imagens e não de números, e os resultados escritos da investigação contêm citações com base nos dados para ilustrar e substanciar a apresentação. Os dados recolhidos não têm o propósito de confirmar ou infirmar hipóteses construídas previamente e por isso a investigação realizada conduz a uma análise de dados de forma indutiva (Bogdan e Biklen, 1994).

A investigação qualitativa não se limita a ser uma atividade meramente descritiva, o processo de recolha e análise de dados descritivos estará na base para a elaboração de teoria. A sua função será a de auxiliar a forma e a coerência dos dados e possibilitar que a investigação vá para lá de um acumular de relatos sem finalidade e não sistemático, (Bogdan e Biklen, 1994).

"As questões desenvolvidas para orientar um estudo qualitativo devem ser de natureza mais aberta e devem revelar maior preocupação pelo processo e significado, e não pelas suas causas e efeitos" (Bogdan e Biklen, 1994, p. 209), devem-se focar nos sujeitos ou nos contextos particulares em estudo. As questões são distinguidas pelos investigadores qualitativos em questões teóricas substantivas e questões teóricas formais, sendo as primeiras aquelas que estão mais de acordo com a natureza da investigação qualitativa dado centrarem-se em situações ou temas que estão a ser estudados. (Bogdan e Biklen, 1994).

O objectivo principal da pesquisa teórica fundamentada é a de construir ou desenvolver teorias de forma a entender fenómenos. Uma boa teoria fundamentada geral é aquela que: i. deriva indutivamente de dados, ii. está sujeita à elaboração teórica, e iii. é considerada adequada ao seu tema em relação a um determinado número de critérios de avaliação. Embora tenha sido desenvolvida e principalmente, usada no domínio da sociologia, a teoria fundamentada pode ser, e tem sido, usada sucessivamente em várias disciplinas. Estas incluem a educação, os estudos de enfermagem, a ciência política e, muito limitadamente, a psicologia. Glaser e Strauss não vêm os procedimentos da teoria fundamentada como uma disciplina específica, e encorajam os investigadores a usar esses procedimentos para os propósitos das suas disciplinas. Ao tomar uma teoria como certa, o método hipotético dedutivo não está preocupado com a origem ou criação dessa teoria, mas sim unicamente com a sua validação ou justificação. Isto verifica-se porque a geração de teoria é pensada para ser apenas um acontecimento psicológico.

Da mesma forma que existe uma multiplicidade de investigações passíveis de realizar sobre os mais diferentes problemas, existirá uma multiplicidade de conclusões que se podem extrair dessas investigações. E conforme a natureza de cada uma das investigações realizadas também a metodologia associada passará por diferentes perspectivas. Os autores Latorre, Rincón e Arnal (1994), distinguem três grandes perspectivas metodológicas de investigação educativa:

(1) Perspectiva empírico-analítica.

(2) Perspectiva humanístico-interpretativa.

(3) Perspectiva orientada para a prática educativa: decisão e mudança.

As duas primeiras perspectivas possuem aspectos epistemológicos e metodológicos próprios, enquanto que a terceira retoma os aspectos anteriores, dispondo de processos de investigação apropriados.

A perspectiva empírico-analítica, também denominada de quantitativa, ou positivista, adopta os métodos das ciências físico-naturais, cujo objectivo é explicar, predizer e controlar os fenómenos educativos. Tendo sido a perspectiva que dominou as ciências sociais até finais da década de 70, ditando até aí os princípios e os critérios pelos quais a investigação educativa se regeu. A metodologia empírico-analítica partilha dos supostos do positivismo e da ciência nomotética que tende a centrar-se nas manifestações externas da realidade educativa, considerada até certo ponto repetitiva, previsível e invariável. De uma forma geral, reduz-se aos fenómenos observáveis que sejam susceptíveis de medição, análise estatística e controlo experimental. Os estudos assumem formas de modalidades de investigação experimental, quasi-experimental e ex post facto.

A perspectiva humanístico-interpretativa é antipositivista, constituindo-se como uma metodologia qualitativa construtivista, alternativa à empírico-analítica. Os investigadores que adoptam esta metodologia entendem a esfera educacional como muito mais flexível e pessoal, criada pelos próprios sujeitos. A realidade só pode ser estudada recorrendo aos pontos de vista dos sujeitos implicados em situações educativas, em contraposição ao observador externo, pois o investigador partilha do mesmo marco de referência que o sujeito investigado. A compreensão e a valorização das interpretações do indivíduo, da realidade e das situações educativas, nas quais se implicou, virão do próprio sujeito e não do exterior. São exemplos deste tipo de metodologia os estudos fenomenológicos, os estudos de interacionismo simbólico, a etnometodologia, os estudos de caso ou a etnografia.

A metodologia de investigação educativa orientada para a prática educativa – decisão e mudança, a terceira perspectiva aqui referida, caracteriza-se pelo seu carácter de aplicação à política educacional, ou seja, aplicada à mudança e à melhoria da prática educativa. São investigações projetadas e realizadas num contexto educativo, de forma a poderem proporcionar informação passível de ajudar à tomada de decisão, quer a nível político, quer a nível de prática educativa, ajudar no controlo à implementação de políticas ou ainda observar os efeitos de determinada política existente. Ou seja, de uma forma lata, podem-se considerar que são investigações delineadas com o intuito de compreender os processos educativos e melhorar a prática educativa. De uma forma restrita, são investigações com uma aplicação direta na política ou prática educativa. Este tipo de metodologia não propõe propriamente o desenho da investigação mas aponta caminhos susceptíveis de serem seguidos pelo investigador de forma a poder ele próprio delinear a sua investigação, procurando descrever da forma mais ampla possível a complexidade das situações. Não possuindo uma metodologia própria, esta terceira perspectiva utiliza as grandes vias metodológicas que predominam nas orientações empírico analítica e humanístico-interpretativa.

6.2. A análise de conteúdo

Para Bardin (2004) a análise de conteúdo é um conjunto de técnicas de análise das comunicações. Não se trata de um instrumento, mas de um leque de apetrechos, marcados por uma grande disparidade de formas e adaptável a um campo de aplicação muito vasto, as comunicações. Já para Berelson (1971), a análise de conteúdo é uma técnica de investigação que através de uma descrição objectiva, sistemática e quantitativa do conteúdo manifesto das comunicações, tem por finalidade a interpretação destas mesmas comunicações.

A análise de conteúdo possui um campo de aplicação vastíssimo, pois diz respeito a tudo que tenha a ver com comunicação, oral ou escrita, podendo ser aplicada desde o "desmascarar a axiologia subjacente aos manuais escolares" até "provar que os objetos da nossa vida quotidiana funcionam como uma linguagem; que o vestuário é mensagem, que o nosso apartamento 'fala'", passando por "radiografar a rede das comunicações formais e informais de uma empresa, a partir das ordens de serviço ou das chamadas telefónicas", (Bardin, 2004, p. 27).

Dada a natureza do trabalho que se pretendeu realizar, este estaria mais de acordo com as concepções do método de investigação descrito por Laurence Bardin, exposto na sua obra, *Análise de Conteúdo*, pois esta encontra uma vasta aplicação em comunicações escritas, como é o caso dos manuais escolares. No entanto neste trabalho não se verificou uma aplicação direta da Análise de Conteúdo de Laurence Bardin, será mais apropriado referir que foi mais uma orientação e fundamentação no caminho a dar à investigação, embora existam muitos pontos de contacto, exemplo acabado do que alguns autores referem como típica da metodologia qualitativa.

Nas páginas seguintes, deste mesmo capítulo, será explanada de uma forma elementar no que consiste a Análise de Conteúdo desenvolvida por Laurence Bardin. Será de novo discutida quando da descrição de como se chegou à grelha de análise aplicada aos manuais estudados.

Segundo Bardin (2004) a metodologia de análise de conteúdo procura responder aos objectivos seguintes:

– A *superação da incerteza*: o que eu julgo ver na mensagem estará lá efetivamente contido, esta "visão" muito pessoal, pode ser partilhada por outros? Por outras palavras, será a minha leitura válida e generalizável?

– O *enriquecimento da leitura*: um olhar imediato, espontâneo, e já fecundo, uma leitura atenta poderá aumentar a produtividade e a pertinência? A análise de conteúdo possui duas funções, que se podem ou não complementar. A descoberta de conteúdos e de estruturas que confirmam (ou infirmam) o que se procura demonstrar a propósito das mensagens, e o esclarecimento de elementos de significações susceptíveis de conduzir a uma descrição de mecanismos de que a priori não detínhamos a compreensão. Sendo, a análise de conteúdo, essencialmente um método experimental, não possui um modelo imediatamente aplicável à mensagem ou às mensagens a analisar. Baseia-se num conjunto de regras base, que por si só não representam uma metodologia que se encaixe à medida dos conteúdos a analisar. Há que, consoante o tipo de mensagem, adaptar essas regras no sentido da interpretação que se pretende como objectivo.

Bardin (2004) divide a caracterização em cinco partes do seu método: a organização da análise, a codificação, a categorização, a inferência e o tratamento informático.

A *organização da análise* é uma das características implícitas da análise de conteúdo, e que se encontra organizada em torno de três polos cronológicos:

1. A pré-análise: a fase de organização propriamente dita. Pode ser constituída, não obrigatoriamente, por quatro missões: i. a leitura flutuante, ii. a escolha dos documentos a serem submetidos à análise, iii. a formulação das hipóteses e dos objectivos, iv. a elaboração dos indicadores que fundamentem a interpretação final.
2. A exploração do material: trata-se de uma fase longa e fastidiosa, consistindo essencialmente em operações de codificação, decomposição ou enumeração, em função de regras previamente formuladas.
3. O tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação: os resultados em bruto são tratados de maneira a serem significativos e válidos. Operações estatísticas simples permitem estabelecer quadros de resultados, diagramas, figuras e modelos, os quais condensam e põem em relevo as informações fornecidas pela análise. Podendo eventualmente os resultados obtidos, a confrontação sistemática com o material e o tipo de inferências alcançadas, podem servir de base a uma outra análise disposta em torno de novas dimensões teóricas ou praticada graças a técnicas diferentes.

Um segundo passo importante na *análise de conteúdo* é o da *codificação* que corresponde a uma transformação dos dados do texto em bruto, por recorte, agregação e enumeração, numa representação do conteúdo, ou da sua expressão susceptível de esclarecer o analista acerca das características do texto. A organização da codificação compreende três escolhas:

1. O recorte: escolha das unidades de registo; é a unidade de significação a codificar e corresponde ao segmento de conteúdo a considerar como unidade de base com vista a categorização.
2. A enumeração: escolha das regras de contagem; é no fundo a forma como é efectuada a contagem, modo de contagem.
3. A classificação e a agregação: escolha das categorias; os procedimentos de análise encontram-se na generalidade organizados em redor de um processo de categorização.

A *categorização* consiste fundamentalmente numa forma de classificar por diferenciação elementos constitutivos de um conjunto, sendo de seguida estes reagrupados segundo o género (analogia), com critérios previamente definidos. As categorias reúnem um grupo de elementos sob um nome genérico com características comuns. O critério de categorização é muito lato, podendo ser, segundo Bardin, semântico, sintáctico, lexical ou expressivo, por exemplo.

Para classificar os elementos em categorias é imperioso que eles possuam alguma parte comum, cuja existência vai permitir o agrupamento. No entanto, podem surgir processos de categorização que utilizem outros critérios.

A categorização comporta duas etapas:

– O inventário: isolar os elementos.

– A classificação: repartir os elementos, e portanto procurar ou impor uma certa organização às mensagens.

Para Berelson (1971), o processo de categorização pode seguir dois caminhos inversos. É fornecido previamente um sistema de categorias e repartem-se da melhor maneira possível os elementos. Ou o sistema de categorias não é fornecido e resulta da classificação analógica e progressiva dos elementos. Neste procedimento por que Berelson designa por “milha” (“by mile”), o título conceptual de cada categoria somente é definido no final da operação.

Berelson (1971) estabelece um conjunto de regras a que devem obedecer as categorias de fragmentação da comunicação:

– Homogéneas: os elementos que constituem cada categoria possuem características diferentes.

– Exaustivas: esgotar a totalidade do texto.

– Exclusivas: um mesmo elemento do conteúdo não pode ser classificado aleatoriamente em duas categorias diferentes.

– Objectivas: codificadores diferentes devem chegar a resultados iguais.

– Adequadas ou pertinentes: isto é, adaptadas ao conteúdo e ao objectivo.

Bardin (2004) ao referir a qualidade das categorias, apresenta-as de uma forma que se pode comparar ao sugerido por Berelson, e refere que a sua qualidade nem sempre é igual, isto é, a qualidade tanto pode ser boa como má. Segundo Bardin (2004) será desejável que as categorias possuam as seguintes cinco qualidades:

1. Exclusão mútua – A construção das categorias deverá ser feita de forma que um elemento não possa de alguma forma ser incluída numa ou noutra categoria. Esta regra pode em determinadas situações ser questionada.
2. Homogeneidade – As categorias devem ser organizadas segundo um único princípio de classificação, no mesmo de conjunto de categorias só se pode funcionar com um registo e com uma dimensão de análise.

3. Pertinência – As categorias estarem adaptadas ao material de análise escolhido.
4. Objectividade e a fidelidade – Ao ser elaborada uma grelha categorial, esta deverá ser codificada da mesma forma.
5. Produtividade – As categorias deverão fornecer resultados férteis em índices de inferências, em hipóteses novas e em dados exatos, (pp. 113 -114).

Laurence Bardin (2004) apelida de *inferência* na *análise de conteúdo*, à interpretação controlada. "A análise de conteúdo fornece informações suplementares ao leitor crítico de uma mensagem, (…) desejando distanciar-se da sua leitura *aderente,* para saber mais sobre esse texto" Bardin (2004, p. 127). A leitura tanto pode assumir interesse sobre o ponto vista do emissor como do receptor, bem como ainda sobre a mensagem, constituindo este último o objecto principal de qualquer análise de conteúdo. A mensagem pode ser analisada quer ao nível do código, como a mensagem se encontra estruturada e do que é composta, quer ao nível da significação, quais são os significados que a mensagem encerra. Importa ainda referir que qualquer mensagem precisa de ser veiculada de alguma forma, o emissor e o receptor têm de utilizar um qualquer meio de comunicação, Bardin (2004) apelida-o como "o médium".

6.3. As etapas da investigação

No meu trabalho, pretendi analisar a forma como os manuais escolares portugueses de Matemática A para os cursos científico humanísticos e de Matemática para os cursos profissionais (CP) em vigor para o ensino secundário (10 a 12º anos de escolaridade) integram os respetivos programas em linguagem matemática para nos manuais escolares tendo em conta os diferentes público alvo. Constituindo estes o *corpus* do estudo, ou seja, os manuais escolares que vão ser analisados. De forma a poder responder às questões enunciadas no início deste estudo foi construída uma grelha de análise. Esta grelha resultou tanto da literatura consultada como de sucessivas observações feitas segundo critérios já enunciados, e aprofundados nas secções seguintes.

A grelha por mim utilizada (anexo 1), distingue-se das demais pelo facto de ter sido elaborada de raiz, resultando quer da literatura estudada quer ainda das sucessivas análises dos manuais.

Nas secções seguintes abordarei as etapas que a investigação seguiu, embora estas não tenham sido claramente sequenciais, apresentadas de forma resumida no quadro 6.1.

Quadro 6.1 – Etapas da investigação.

Etapas	Descrição
Escolha dos capítulos	Seleção de capítulos comparáveis nos programas de Matemática A e Matemática CP
Escolha dos manuais	Todos os manuais do ensino profissional passíveis de serem adoptados. De Matemática A os que tinham correspondência com Matemática CP da mesma editora. Um manual de Matemática A por ser o mais adotado no concelho de Setúbal.
Desenvolvimento de uma ferramenta de recolha de dados	Construção da grelha de recolha de dados (Anexo 1)
Leitura flutuante	Leitura longitudinal de todos os manuais.
Leitura transversal	Leitura focada em cada subcapítulo descriminando entre os três níveis da TAS

De forma a ser possível analisar todos os anos que constituem o ensino secundário, foi escolhido um capítulo de cada um dos anos que o compõem. Assim, do 10º ano foi escolhido o capítulo de Estatística, para o 11º ano o capítulo da Trigonometria e para o 12º o capítulo das Funções Exponenciais e Logarítmicas, garantindo-se assim que, para além de temas estatísticos, quer a geometria quer a análise se encontram representadas.

De a forma ser possível comparar os dois programas através dos manuais foi estabelecida uma correspondência entre os tópicos em análise nos dois programas (Estatística, Trigonometria e Funções Exponenciais e Logarítmicas). Esta correspondência foi ainda alargada aos respetivos subcapítulos como se pode observar no anexo 2. Nos capítulos e nos subcapítulos os conteúdos propostos pelos programas são muito semelhantes.

6.4. A escolha dos manuais escolares

Para Bardin (2004) depois de definido o *corpus*, é preciso ter-se em conta a regra da exaustividade, não se podendo deixar de fora qualquer um dos elementos excepto se tal se puder justificar no plano de rigor. Uma outra regra a ter em conta, a da representatividade, passa pela escolha de uma amostra representativa, o que neste estudo não se aplica, dado ao ser escolhido um manual de determinado autor ou autores este não representar de alguma forma um outro manual visto estes possuírem características forçosamente diferentes nos diversos aspectos que os compõem.

De forma a ser o mais exaustivo e detalhado possível na análise da linguagem matemática empregue nos manuais escolares, decidi analisar os três manuais para os cursos profissionais passíveis de serem adoptados nas escolas portuguesas no ano letivo de 2008/2009. Já a escolha dos manuais de Matemática A a serem analisados foi fundamentada na correspondência com os de Matemática CP da mesma editora.

No entanto isso só foi possível para duas editoras (Porto Editora e Editora Areal). O manual de Matemática A da Lisboa Editora não estava disponibilizado em tempo útil para este trabalho pelo que foi substituído pelo livro de texto Novo Espaço, para a Matemática A, por ser à data, o mais adotado no concelho de Setúbal. Os capítulos deste conjunto de manuais que correspondem aos capítulos escolhidos dos programas, constituem assim o *corpus*. A lista completa dos manuais encontra-se nos quadros 6.2, 6.3 e 6.4. De forma a facilitar a referência aos diferentes manuais, estes serão identificados por uma referência mais curta no texto subsequente, descriminada nos seguintes quadros.

Quadro 6.2. Correspondência entre a referência dos manuais do 10º ano e a referência abreviada usada na análise de dados.

Manuais analisados 10º ano	
Referência	**Referência curta**
Neves, M.A.; Guerreiro, L.; Leite, A.; Silva. (2011). Estatística – Matemática A – 10º ano. Porto: Porto Editora.	Porto Editora Matemática A– 10º ano
Guerreiro, L.; Neves, M., Leite, A.; Silva, M.C.; Pereira, P. (2013). Estatística A3 – Cursos Profissionais. Porto: Porto Editora.	Porto Editora Matemática CP– 10º ano
Jorge, A.M.; Alves, C.; Cruchinho, C.; Fonseca, G.; Barbedo, J. Simões, M. (2010). Matemática A – 10º ano. Parte III. Porto: Editora Areal.	Areal Matemática A -10º ano
Ferreira, D.S.; Ferreira, A.M.; Carvalho, D.C.; Carvalho, J. C. (2013). Estatística A3 – Cursos Profissionais. Porto: Editora Areal.	Areal Matemática CP – 10º ano
Belmiro, C.; Rodrigues, E. (2011). Novo Espaço. – Matemática A – 10º ano. Volume III. Porto: Porto Editora.	Novo Espaço Matemática A -10º ano
Salomé, H.; Silva, L.P.; Martins, A.; Dias, T.V. (2013). Estatística A3 – Cursos Profissionais. Lisboa: Lisboa Editora.	Lisboa Editora Matemática CP – 10º ano

Quadro 6.3. Correspondência entre a referência dos manuais do 11º ano e a referência abreviada usada na análise de dados.

Manuais analisados 11º ano	
Referência	**Referência curta**
Neves, M.; Guerreiro, L.; Leite, A.; Silva. (2011). Geometria II – Matemática A – 11º ano. Porto: Porto Editora.	Porto Editora Matemática A– 11º ano
Guerreiro, L.; Neves, M., Leite, A.; Silva, M.C.; Pereira, P. (2013). Funções Periódicas A4 – Cursos Profissionais. Porto: Porto Editora.	Porto Editora Matemática CP– 11º ano
Jorge, A.M.; Alves, C.; Cruchinho, C.; Fonseca, G.; Barbedo, J. Simões, M. (2010). Matemática A – 11º ano. Parte I. Porto: Editora Areal.	Areal Matemática A -11º ano
Ferreira, D.S.; Ferreira, A.M.; Carvalho, D.C.; Carvalho, J. C. (2013). Funções Crescimento A4 – Cursos Profissionais. Porto: Editora Areal.	Areal Matemática CP – 11º ano
Belmiro, C.; Rodrigues, E. (2011). Novo Espaço. – Matemática A – 11º ano. Volume II. Porto: Porto Editora.	Novo Espaço Matemática A -11º ano

Salomé, H.; Silva, L.P.; Martins, A.; Dias, T.V. (2013). Funções Periódicas A4 – Cursos Profissionais. Lisboa: Lisboa Editora.	Lisboa Editora Matemática CP – 11º ano

Quadro 6.4. Correspondência entre a referência dos manuais do 12º ano e a referência abreviada usada na análise de dados.

Manuais analisados 12º ano	
Referência	**Referência curta**
Neves, M.; Guerreiro, L.; Leite, A.; Silva. (2011). Funções III – Matemática A – 12º ano. Porto: Porto Editora.	Porto Editora Matemática A– 12º ano
Guerreiro, L.; Neves, M., Leite, A.; Silva, M.C.; Pereira, P. (2013). Funções crescimento A9. Porto: Porto Editora.	Porto Editora Matemática CP– 12º ano
Belmiro, C.; Rodrigues, E. (2011). Novo Espaço. – Matemática A – 12º ano. Volume II. Porto: Porto Editora.	Novo Espaço Matemática A -12º ano
Salomé, H.; Silva, L.P.; Martins, A.; Dias, T.V. (2013). Funções Crescimento A9 – Cursos Profissionais. Lisboa: Lisboa Editora.	Lisboa Editora Matemática CP – 12º ano

Embora cada manual contenha todos os conteúdos do programa, alguns dão-lhe, uma distribuição diferente da sugerida, revelando interpretações próprias feitas pelos autores dos manuais. Houve pois a necessidade de estabelecer uma relação entre cada subcapítulo do programa e as secções correspondentes de cada manual analisado. Daí resultou uma organização dos temas estudados que embora não respeitando a terminologia usada pelos programas, reflete a organização dos manuais. A correspondência entre duas organizações — a que comparara os programas e a que reflete a organização dos manuais — sustentou a descrição da análise dos dados no capítulo 7.

6.5. Como analisar manuais escolares

A análise de manuais escolares é um trabalho moroso e exaustivo, exigindo o registo sistemático de todas as observações, e processado por etapas. Uma primeira análise pode passar pelo registo sistemático de tudo o que pareça relevante de ser analisado, baseado em critérios pré-definidos. Observações posteriores necessitam de outro tipo de registo sistemático, registo esse que permita agrupar por categorias e que proceda à sua hierarquização. Será a partir desse registo das observações que se podem efetuar as conclusões que permitirão responder às questões do estudo Carvalho (2006). Um dos processos através do qual se tem verificado a análise de manuais escolares é por meio de grelhas de observação.

Vilela (1991), Jorge (1997), Cachapuz (1997), Bisshop (2001), Silva (2003), Janeiro (2005) foram dos autores, por mim observados, que mais recentemente tinham, até então, abordado a temática da análise de manuais escolares. Os modelos de grelhas por eles adoptadas não permitiam contudo uma adaptação que fosse de encontro aos meus propósitos de investigação, Carvalho

(2006). Partindo no entanto dos conceitos descritos pelos referidos autores e fundamentado noutros autores que tivessem abordado a análise de manuais escolares, procurei desenvolver um tipo de grelha que fosse de encontro ao âmbito do meu estudo.

Segundo Jorge (1997), a construção dum instrumento de análise de manuais devia basear-se em três princípios:

1. Identificar a concepção de aprendizagem preconizada pelo manual.
2. Identificar a perspectiva perfilhada sobre a natureza da ciência, em particular da matemática.
3. Adequar o instrumento à seleção do manual escolar por parte dos professores.

Jorge propõe ainda que uma grelha de análise se desenvolva respeitando duas grandes categorias de análise: a Análise do conteúdo e a Análise da estrutura.

O método de análise de conteúdo descrito por Bardin (2004), foge ao que Jorge (1997) refere, situando-se mais num processo de análise de todo o tipo de comunicação. Este método processa-se por etapas, acabando por desmontar todo o processo de comunicação podendo ser registado, numa etapa final, sob a forma de grelha.

O trabalho de Dowling (1998), desenvolvido a partir das teorias de Bernstein, e dirigido para o estudo e observação de manuais escolares é uma referência importante na forma como se olha para os manuais escolares, um olhar que vai para além conteúdos científico pedagógicos. Paul Dowling desenvolveu uma teoria, A Teoria da atividade social, que encontra particular relevo no estudo de manuais escolares. Esta teoria, quando aplicada aos manuais escolares estuda-os e analisa-os de uma forma muito exaustiva ao nível do tipo de discurso utilizado, a produção de subjetividade feita no texto e a forma como o texto constrói o leitor.

6.6. Desenvolvimento de uma ferramenta de recolha de dados

Para a recolha dos dados, foi criada uma grelha de observação sustentada na literatura analisada, particularmente na Teoria da Atividade Social de Dowling que permitiu observar como os programa de Matemática A e Matemática CP são transpostos em linguagem matemática para os manuais escolares. Descrever a ficha com os níveis e com a identificação dos manuais. E referir que esta grelha está em anexo (1)

Grelha foi construída em função dos três níveis da TAS que descrevi no capítulo 5. Foi preenchida uma grelha para cada capítulo de cada manual foi analisado.

O cabeçalho referencia o curso a que se destina (Científico Humanístico ou Profissional), o capítulo analisado (Estatística, Trigonometria ou Funções Exponenciais e Logarítmicas), a editora e os autores. Para cada nível da TAS foi construído um quadro refletindo a categorização adotada, a expressa em Dowling (1998). A grelha incluía ainda um espaço para notas avulsas.

Para cada capítulo de cada manual foram sendo identificados, através do número de página, episódios passíveis de exemplificar (argumentações, exercícios, gráficos, explicações, imagens, quadros, fórmulas, etc.) as categorizações da TAS. Cada uma destas grelhas foi ainda acompanhada por um registo documental para onde foram copiados todos os episódios destacados bem como alguns comentários.

6.7. A leitura flutuante

A análise dos manuais foi iniciada com uma leitura longitudinal do corpus de forma a estabelecer um primeiro contacto, do qual se foram literalmente registando todas as observações daí resultantes. Para os sucessivos manuais, a leitura seguiu capítulo a capítulo do programa, observando e registando, em texto e imagem as diferentes formas como cada um dos manuais integram os conteúdos em termos de linguagem matemática.

Bardin (2004) apelida esta leitura de "flutuante" na fase de pré-análise. A partir de uma "leitura flutuante", leitura muito intuitiva, muito aberta a todas as ideias, reflexões, hipóteses, numa espécie de tempestade mental individual, podem surgir intuições que convém formular em conjecturas classificadas segundo um critério. Para que tal se possa efetuar é necessário uma repartição, procedimento que se pode realizar de duas formas: Do geral para o particular, determinam-se em primeiro lugar as rubricas de classificação e tenta-se agrupar de seguida os elementos por essas rubricas. E do particular para o geral: determinam-se os elementos particulares e reagrupam-se progressivamente por aproximação de elementos contíguos. No caso de as duas dimensões se poderem cruzar, é possível realizar-se a síntese sob a forma de um quadro de dupla entrada

A forma como esta primeira leitura foi realizada resulta de uma primeira aplicação da *teoria da atividade social* (TAS) de Dowling (1998). Nesta etapa fiz observações e registos de tudo o que parecia pertinente, tivesse ou não diretamente a ver com as questões levantadas aquando da formulação do problema, resultando daqui um primeiro documento de observação extenso, repleto de texto e imagens que traduziam todas as observações efectuadas, tendo-se este processo arrastado por muito tempo devido à diversidade de observações efectuadas.

Embora esta informação fosse pertinente de uma forma geral, não o era no entanto, de uma forma particular para os objectivos do estudo, pois a perspectiva de Dowling que se estava a seguir seria mais de cariz sociológico. Ou seja não permitia um inferir de pistas para as questões prévias. Havia que dirigir a leitura, restringindo a observação às questões previamente colocadas, o que conduziu ao primeiro refinamento da análise, que passou a ser dirigida unicamente aos três níveis da TAS. Como referem Bogdan e Biklen (1994) havia a obrigação de tomar a decisão de estreitar o âmbito do estudo. "A recolha de dados assemelha-se a um funil" (p. 207), os dados são recolhidos de uma forma mais ampla, após a qual se estreitará o âmbito da recolha de dados estabelecidos segundo critérios mais restritos, baseados o assunto que interessa investigar.

Esta leitura flutuante permitiu ainda elaborar para cada manual, e em cada capítulo algumas apreciações de carácter genérico, que denominei Organização e que incluem a estrutura do índice e a a apresentação material.

6.8. A leitura transversal

A análise voltou então a ser efectuada. Esta leitura transversal foi feita já não pelos sucessivos manuais, mas seguindo os subtemas que resultaram da normalização dos assuntos dos manuais que mencionei na secção 6.4. dos capítulos em estudo (Estatística, Trigonometria e Funções Exponenciais e Logarítmicas) e que se encontram descritos no anexo 3. A partir do *corpus* de análise já *podado*, ou seja olhando unicamente para o que à TAS diz respeito foram preenchidas as grelhas.

CAPÍTULO 7

Comparação de manuais — Estatística

7.1. Programas de Estatística

Desde a reforma de fundo operada ao programa de Matemática no final da década de 80 do século passado, o capítulo da Estatística, para o décimo ano tem-se mantido inalterado, sendo sempre leccionado no final do ano escolar.

No quadro seguinte podem-se comparar os temas de estatística, que os programas de Matemática A (DGIDC, 2001) e Matemática CP (ANQEP, 2005) indicam. Tanto um como o outro dividem a unidade em três grandes subtemas: Estatística – Generalidades; Organização e interpretação de caracteres estatísticos: (qualitativos e quantitativos) e Referência a distribuições bidimensionais (abordagem gráfica e intuitiva).

Quadro 7.1. Conteúdos programáticos de Matemática A e CP.

Estatística	
Programa Matemática A, 2001	**Programa Matemática CP, 2005**
1. Estatística – Generalidades . Objecto da Estatística. Utilidade na vida moderna. . Recenseamento e sondagem. . As noções de população e amostra. • Noções intuitivas sobre as escolhas de amostras, sobre a necessidade de serem aleatórias, representativas e livres de vícios de concepção. . Estatística Descritiva e Estatística Indutiva.	**1. Estatística — Generalidades** . Objecto da estatística. Utilidade na vida moderna. . Recenseamento e sondagem; . População e amostra; critérios de seleção de amostra de uma determinada população. . Estatística descritiva e indutiva.
2. Organização e interpretação de caracteres estatísticos: (qualitativos e quantitativos) . Analise gráfica de atributos qualitativos (gráficos circulares, diagramas de barras, pictogramas); . Determinação da moda; . Análise de atributos quantitativos: variável discreta e variável contínua. Dados agrupados em classes. . Variável discreta; função cumulativa. . Variável contínua: tabelas de frequências (absolutas, relativas e relativas acumuladas); . Gráficos (histograma, polígono de frequências); função cumulativa. . Medidas de localização de uma amostra: moda	**2. Organização e interpretação de caracteres estatísticos (qualitativos e quantitativos)** . Tipos de caracteres estatísticos: qualitativo e quantitativo (discreto e contínuo). . Formas de representação: gráficos circulares, diagramas de barras/histogramas, pictogramas, função cumulativa . Diagrama de extremos e quartis, tabelas de frequências absolutas e relativas, polígono de frequências. . Medidas de localização central: moda/classe mo média, mediana e quartis. . Medidas de dispersão: amplitude, variância, des

ou classe modal; média; mediana; quartis. Medidas de dispersão de uma amostra: amplitude; variância; desvio padrão; amplitude interquartis. Discussão das limitações destas estatísticas. Diagramas de "extremos e quartis"	padrão, amplitude interquartis.
3. Referência a distribuições bidimensionais (abordagem gráfica e intuitiva) .Diagrama de dispersão; dependência estatística; ideia intuitiva de correlação; exemplos gráficos de correlação positiva, negativa ou nula. .Coeficiente de correlação e a sua variação em [−1, 1 . Definição de centro de gravidade de um conjunto fir de pontos; sua interpretação física. . Ideia intuitiva de recta de regressão; sua interpretaç limitações.	**3. Referência a distribuições bidimensionais (abordagem gráfica e intuitiva)** . Diagrama de dispersão; dependência estatística correlação positiva e negativa. .Coeficiente de correlação e sua variação no inte [−1, 1] . .Definição de centro de gravidade de um conjunto finito de pontos; sua interpretação física. . Recta de regressão: sua interpretação e limitaç
Silva e outros, 2001	Martins e outros, 2005

Os conteúdos a leccionar são semelhantes nos dois programas. Pode-se no entanto observar que o programa de Matemática A aponta para um maior detalhe. Isto é, o programa a leccionar é mais extenso e mais aprofundado do ponto de vista matemático.

No tema 1, Estatística – Generalidades, os conteúdos a leccionar são apresentados com pequenas diferenças. Já no tema 2, Organização e interpretação de caracteres estatísticos: (qualitativos e quantitativos), os conteúdos a leccionar são apresentados de forma diferente. Por fim, no tema 3, Referência a distribuições bidimensionais (abordagem gráfica e intuitiva), os conteúdos a leccionar surgem de igual forma, tanto num como noutro programa.

Nas indicações programáticas, tanto para o programa de matemática A como para o programa de matemática CP, não são mencionadas quaisquer revisões aos conteúdos leccionados nos segundo e terceiro ciclo. Já o número de aulas sugeridas para a leccionação desta unidade varia de programa para programa, sendo de quarenta aulas para o ensino profissional, Matemática CP, e de trinta aulas para o ensino secundário, Matemática A.

7.2. Manuais da Porto Editora

Nas páginas seguintes podemos encontrar a análise comparativa efetuada aos manuais, para o décimo ano, da Porto Editora dos autores Maria Augusta Ferreira Neves, Albino Pereira, António Leite, Luís Guerreiro e M. Carlos Silva, para a Matemática A, (Neves et al., 2010) e para a Matemática CP (Neves et al., 2010), segundo a Teoria da Atividade Social de Dowling para o capítulo da Estatística.

7.2.1. Organização

Ao compararmos os dois manuais da Porto Editora pode-se no imediato constatar a diferença na qualidade do papel empregue, de melhor qualidade, bem como na palete de cores aplicada, mais variada e viva, no manual de matemática A do que o de Matemática CP.

O manual de Matemática A para o décimo ano, é constituído por três volumes mais um "caderno de atividades". O conjunto desta obra, que não pode ser vendida separadamente, tem um custo de 38,40€, sendo que o volume dedicado à Estatística possui 208 páginas.

O manual de Matemática CP, módulo A3, é constituído por um único volume. Este manual tem um custo de 8,80€ e possui 141 páginas.

Passando a uma análise de conteúdo, já de acordo com a Teoria da Atividade Social (TAS), pode-se observar que o maior detalhe na lecionação de alguns conteúdos começa a ser transposto logo no índice.

Atente-se nas figuras seguintes, que apresentam excertos dos índices dos manuais em análise.

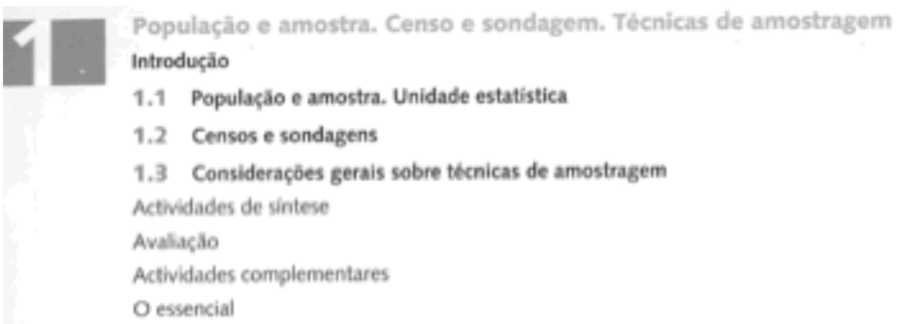

1 População e amostra. Censo e sondagem. Técnicas de amostragem
Introdução
1.1 População e amostra. Unidade estatística
1.2 Censos e sondagens
1.3 Considerações gerais sobre técnicas de amostragem
Actividades de síntese
Avaliação
Actividades complementares
O essencial

Fig. 7.1. Parte do índice do Manual Matemática A – Tema 1.

Nos índices dos manuais de Matemática A e Matemática CP, pode-se verificar que estas diferenças ocorrem igualmente pelos subcapítulos seguintes, ou seja, no manual de Matemática CP continua a haver uma separação, aparente, entre conteúdos mais marcada, dado apresentar como Teoria 1 , Teoria 2, ..., cada um dos conteúdos.

TEMA 2 **População e amostra. Censo e sondagem. Técnicas de amostragem**

Teoria 1. População e amostra. Unidade estatística

Teoria 2. Censos e sondagens

Avaliação

Atividades de síntese

Fig. 7.2. índice do manual Matemática CP – Tema 2.

Tanto um como o outro manual apresentam os mesmos conteúdos a serem leccionados. No entanto na organização do índice o manual de Matemática CP aparenta haver uma separação entre conteúdos, dado apresentar como Teoria 1 , Teoria 2, ..., mais marcada cada um dos conteúdos, apresentando-os quase como um conjunto incoerente, sem uma ligação entre aquilo que é para ser lecionado.

7.2.2. Introdução, população e amostra, censo e sondagem, e técnicas de amostragem

Neste subtema, Introdução, população e amostra, censo e sondagem, e técnicas de amostragem, ambos os manuais da Porto Editora dos autores Augusta et. al. fazem uma introdução histórica sobre a Estatística. Mas verificam-se diferenças no conteúdo e na extensão de cada uma das introduções, dedicando o manual de Matemática A doze páginas, já o manual dedica seis páginas. No manual para os cursos profissionais a Introdução é mais um enumerar de fatos históricos sobre como foi sendo dada importância à estatística em Portugal. Já o manual para os cursos regulares faz uma resenha de como a estatística foi evoluindo em todo o mundo ao longo dos tempos, dedicando depois uma parte a Portugal. Neste manual é fornecida mais informação e mais detalhada. Exemplos de dados estatísticos, extraídos dos censos, só se encontram neste manual.

Após esta introdução, nos dois manuais, quando se descreve qual o objeto da Estatística, são apresentadas as fases de um estudo estatístico, é feita a distinção entre Estatística Descritiva e Estatística Indutiva, como indicado no programa para as duas disciplinas. Unicamente no manual para a Matemática A são apresentados exemplos concretos extraídos de publicações do Instituto Nacional de Estatística Português (INE). No manual para os cursos profissionais é aqui dado um único exemplo, sendo no entanto um exemplo fictício

Sendo ambos manuais dos mesmos autores, pode-se constatar que o que é apresentado no manual de matemática CP, também se encontra no manual de Matemática A, sendo usada a mesma organização frásica. Muitos dos conteúdos são comuns, em ambos os manuais, situando-se a nível estrutural, no domínio descritivo, apresentando uma saturação discursiva baixa.

A **Estatística descritiva** tem assim, por finalidade, descrever certas propriedades relativas a um conjunto de dados (amostra), pondo em evidência as características principais e as propriedades.

Fig. 7.3. Estatística descritiva – Manual Matemática CP, p. 12.

A nível textual o discurso é particular e procedimental, pois a apresentação da estatística é feita sem qualquer grau de abstracionismo, ou seja um discurso DS^+ é apresentado como se de um discurso DS^- se tratasse.

A **Estatística indutiva** procura inferir propriedades mais gerais da população a partir de propriedades obtidas de uma análise descritiva da amostra ou de amostras da mesma população.

Fig. 7.4. Estatística indutiva – Manual Matemática A, p. 22.

Em termos de recursos o modo de significação é em geral indexado, sendo usados gráficos e tabelas sempre em linha com o conteúdo apresentado. O modo icónico também se verifica mas com menos frequência, e quando é feito serve para reforçar a apresentação de um conteúdo. O cartoon só uma vez foi utilizado em cada um dos manuais, e de forma metafórica.

3 **Medidas de localização**

Introdução
3.1 Média para dados simples e dados agrupados
3.2 Média aproximada para dados agrupados em intervalos
3.3 Utilização da calculadora gráfica para obter a média
3.4 Propriedades da média
3.5 Mediana para dados simples e dados agrupados
3.6 Classe mediana. Mediana aproximada para dados agrupados em intervalos
3.7 Moda
3.8 Classe modal para dados agrupados em intervalos
3.9 Quartis. Determinação dos quartis usando a calculadora gráfica
3.10 Diagrama de extremos e quartis
3.11 Simetria e enviesamento de dados
3.12 Algumas considerações sobre medidas de localização
3.13 Simetria
Actividades de síntese
Avaliação
Actividades complementares
O essencial

Fig. 7.5. Índice do Manual Matemática A – Tema 3.

TEMA 4 **Medidas de localização**

Introdução
Teoria 1. Média para dados simples e dados agrupados
Teoria 2. Média aproximada para dados agrupados em intervalos
Teoria 3. Utilização da calculadora para obter a média
Teoria 4. Mediana para dados simples e dados agrupados
Teoria 5. Classe mediana. Mediana aproximada para dados agrupados em intervalos
Teoria 6. Moda
Teoria 7. Classe modal para dados agrupados em intervalos
Teoria 8. Quartis. Determinação dos quartis usando a calculadora gráfica
Teoria 9. Diagrama de extremos e quartis
Teoria 10. Simetria e enviesamento de dados
Avaliação
Atividades de síntese

Fig. 7.6. Índice do Manual Matemática CP – Tema 4.

Os conteúdos tão marcadamente separados, no manual para os cursos profissionais, sugere, uma particularização do discurso do ponto de vista textual. Os conteúdos são aqui apresentados de forma não encadeada

No caso do manual para os cursos profissionais, a Introdução surge como um tema que poderá merecer alguma atenção por parte do professor, enquanto que no manual para os cursos regulares surge verdadeiramente como um introdução ao capítulo da Estatística. Neste último é feita uma resenha histórica sobre a estatística, mais aprofundada que no manual para a Matemática CP, sobre a evolução da estatística. A organização deste subcapítulo é feito em quatro pontos

Já no tema 1 de Matemática A e tema 2 de Matemática CP, temas que estudam População e amostra e a Unidade Estatística, os autores organizam os manuais do mesmo modo.

Ambos começam por descrever o que se entende por controlo de qualidade, e ambos fazem uso de um recurso icónico, a fotografia. No entanto a fotografia inserida no manual CP, página 14, em pouco está relacionado com o conteúdo apresentado.

Procedimento para o controlo de qualidade

O gestor de qualidade de uma empresa produtora de medicamentos tinha necessidade de proceder ao controlo de qualidade de produção de comprimidos de um genérico que estava a ser produzido.

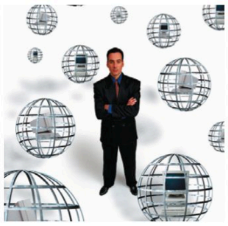


Fig. 7.7 Atividade inicial Matemática CP, p. 14.

No manual A, pelo contrário apresenta-se uma fotografia de um individuo a observar por um microscópio, o que estabelece aqui um código da presença.

Procedimento para o controlo de qualidade

O gestor de qualidade de uma empresa produtora de medicamentos tinha necessidade de proceder ao controlo de qualidade de produção de comprimidos de um genérico que estava a ser produzido.

Fig. 7.8. Atividade inicial Matemática A, p. 26.

Ou seja, o código da presença tem por objectivo situar o leitor, como se estivesse no local a observar o problema que está a ser apresentado. O código da presença é melhor atingido no manual de Matemática A.

Na apresentação dos conteúdos, como já referido no inicio deste ponto, 7.2.1.2., ambos os manuais têm a mesma organização. No entanto observa-se no manual CP que os conteúdos são apresentados numa linguagem mais simples, apresentando uma saturação discursiva menor. Esta organização frásica vem em linha com as expectativas para uns e outros alunos. Isto é, o leitor do manual de Matemática A, é um leitor que está focado no prosseguimento de estudos, para um nível superior, sendo de esperar um maior conhecimento académico. Já o leitor do manual de matemática CP, é um leitor que estando na via profissionalizante de estudos, a sua formação é dirigida para a vida ativa, ou seja, um conhecimento mais prático, menos académico e formal.

São assim então estabelecidas as posições de transmissão e aquisição de Objetivado, no leitor do manual de Matemática CP, e a de Subordinado, no leitor do manual de matemática A. Este assunto voltará a ser abordado mais para a frente.

No final da apresentação destes conteúdos são disponibilizados exercícios, que no manual A se intitulam de "Autoteste", enquanto no manual CP são intitulados de "Verifica". Os exercícios são os mesmos em ambos os manuais diferindo unicamente na numeração, no manual A vai de 1 a 4, enquanto no manual CP, é um único exercício com quatro alíneas e subalíneas.

Continuando a apresentação de conteúdos é explicado em ambos os manuais o que se entende por Censos e Sondagens, sendo igual o que se encontra num e noutro manual. A única diferença que se encontra é nos exemplos apresentados, em que foram mudados os números.

Os dois manuais explicam como obter uma amostra aleatória e uma amostra estratificada. O manual A inclui um ponto adicional que faz considerações gerais sobre técnicas de amostragem, e que não existe no manual CP. A existência deste ponto no manual A relaciona-se com o estabelecimento de posições de transmissão e aquisição, numa posição de subordinado. Ou seja, ao leitor é indicado não só como proceder para escolher a amostra, mas também as técnicas que levam a esses procedimentos.

O manual A apresenta os mesmos conteúdos que o manual CP, no entanto disponibiliza mais informação sobre os mesmos conteúdos e de uma forma mais aprofundada.

Verifica-se a presença em ambos de exercícios de final de capítulo, denominados de "Avaliação", existindo em maior número no manual A. Ainda no manual A são disponibilizados "Atividades complementares". Terminando o Tema 1, há um resumo dos conteúdos apresentados intitulado "O essencial". Este mesmo resumo não se encontra no manual CP.

7.2.3. Análise, representação e redução de dados

Em ambos os manuais da Porto Editora é dado o mesmo título a este capítulo, Análise, representação e redução de dados, sendo respetivamente o tema 2 na Matemática A e o Tema 3 na Matemática CP.

Esta introdução no manual de matemática A tem como propósito justificar ao leitor o porquê da utilização dos gráficos na Estatística, sendo aí dados exemplos de quase todos os tipos de gráficos. No manual para os cursos profissionais, contrariamente ao da Matemática A, não é feita qualquer introdução.

Em ambos os manuais que a explanação do que é uma variável estatística é feita de forma exatamente igual. Quando se explica os Tipos de dados, observou-se que esta é feita de uma forma mais aprofundada no manual para a matemática A, sendo no entanto dado quer o mesmo exemplo, quer os exercícios propostos. No manual de matemática A estes exercícios intitulam-se de "Autoteste", e no outro de "Verifica".

Na explicação do que se entende o que é uma variável discreta ou contínua, aqui os manuais divergem na definição em termos de saturação discursiva. Ou seja, referir que uma variável é discreta por tomar valores numeráveis é do Domínio Esotérico, manual de Matemática A, figura 7.9. Já referir que uma variável é quantitativa discreta se possui características contáveis é do domínio Descritivo, manual de Matemática CP, figura 7.10. O manual de Matemática CP apresenta então uma saturação discursiva mais baixa dado a definição que apresenta, não só reforça que a variável discreta é quantitativa como a própria definição é apresentada num português corrente.

No manual A as variáveis quantitativas distinguem-se em discretas ou contínuas. No manual CP é reforçado que as variáveis são quantitativas discretas ou quantitativas contínuas, mesmo estando-se a falar de variáveis quantitativas (figuras 7.10 e 7.12).

> Uma **variável é discreta** quando só pode tomar um número finito ou infinito numerável de valores distintos.

Fig. 7.9. Definição variável discreta manual mat A. p. 46.

> **Variável quantitativa discreta são as variáveis quantitativas de contagem, isto é, as que se referem a características que só se podem contar e não se podem medir.**

Fig. 7.10. Definição variável quantitativa discreta manual mat CP. p. 24.

Quando uma definição de variável emprega o termo "intervalo", como no manual de Matemática A, está a situar o discurso no Domínio Esotérico. Já quando outra definição emprega o termo "medição" ou "medir" o discurso está situado no Domínio Descritivo.

> Uma **variável é contínua** quando pode tomar todos os valores numéricos compreendidos no seu intervalo de variação.

Fig. 7.11. Definição variável contínua manual mat A. p. 46.

> **Variável quantitativa contínua são as variáveis quantitativas de medição, isto é, as que se podem medir.**

Fig. 7.12. Definição variável quantitativa contínua manual mat CP. p. 24.

A nível estrutural observa-se que embora as duas definições tenham uma classificação fraca ao nível da expressão, ao nível do conteúdo pode-se afirmar que a classificação é aqui mais forte no manual A. Situando-se então ambos os manuais no domínio expressivo. Quanto ao nível textual pode-se concluir que a estratégia é a de um discurso particular procedimental. O recurso predominante aqui é o indexado (tabelas e gráficos). Os exercícios resolvidos e os propostos são comuns aos dois manuais, figuras 7.13 e 7.14, divergindo unicamente na forma como são referenciados.

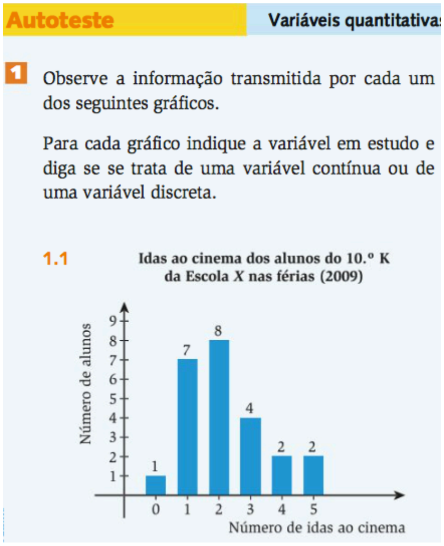


Fig. 7.13: Exercício sobre variáveis quantitativas, manual mat A. p. 47

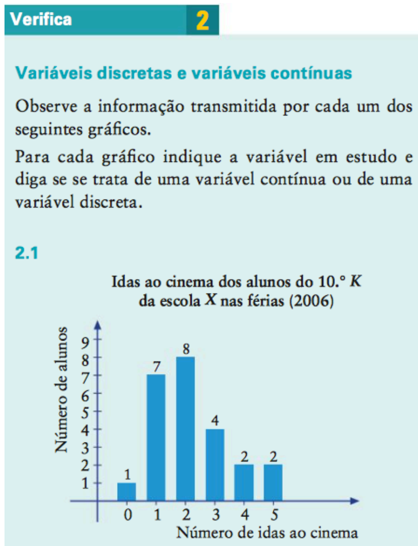


Fig. 7.14: Exercício sobre variáveis quantitativas mat CP. p. 25

Também na explicação do que se entende por uma tabela de frequências, em ambos é dado o mesmo exemplo.

Já na explicação do que se entende por frequência absoluta ou relativa, no manual CP as definições são mais exaustivas, embora esta maior exaustão se traduza por uma diminuição da saturação discursiva, acaba no entanto por ser

Frequência absoluta – a frequência absoluta de uma categoria, classe ou valor é o número de elementos da amostra iguais a cada uma das categorias. No caso dos dados estarem agrupados em classes, fala-se em frequência absoluta de uma classe, que corresponde ao número de dados da amostra que pertencem a essa classe. Usualmente a frequência absoluta de uma observação x_i representa-se por n_i.

Fig. 7.15. Definição de frequência absoluta – manual mat CP. p. 26

mais compreensiva. A definição de frequência absoluta, constante na figura 7.15 , ao referir "categoria, classe ou valor" situa o discurso no Domínio Descritivo, já a definição constante na figura 7.16 ao referir "valor da variável" situa o discurso no Domínio Esotérico.

Frequência absoluta de um valor da variável é o número de vezes que esse valor foi observado e pode representar-se por n_i .

Fig. 7.16. Definição frequência absoluta – manual mat A. p. 48

Pode-se observar o mesmo quanto à frequência relativa, ou seja uma particularização da mensagem.

Frequência relativa de um valor da variável é o quociente entre a frequência absoluta do valor da variável e o número total de observações, n , pode representar-se por f_i .

Deste modo, temos que $f_i = \dfrac{n_i}{n}$.

Fig. 7.17. Definição frequência relativa – Manual mat A. p. 48

Igualmente se pode também observar um menor abstracionismo na Matemática CP quando aqui se referem a amostra de um estudo.

Frequência relativa – a frequência relativa é igual ao quociente entre a frequência absoluta e o número total de dados na mostra em estudo.
Usualmente, a frequência relativa de uma observação x_i representa-se por f_i, tendo-se, $f_i = \frac{n_i}{n}$, onde n é a dimensão da amostra em estudo.

Fig. 7.18 frequência relativa – Manual mat CP. p. 26

Quanto aos exercícios propostos para este subcapítulo, quer num quer noutro manual, estes são iguais diferindo unicamente na denominação, "Autoteste" no de Matemática A e "Verifica" no de Matemática CP. O manual de Matemática CP apresenta mais uma foto que o manual de Matemática A, ou seja fez, ao nível dos recursos, no modo icónico, utilizou mais um elemento, aumentando o código da presença, embora não significativamente.

1 Observou-se a cor dos olhos dos 20 alunos da turma K do 10.° ano. Os resultados foram os seguintes.

Cor dos olhos do alunos do 10.° K	
castanho-escuro	azul
castanho-escuro	castanho-claro
azul	verde
verde	verde
castanho-escuro	castanho-escuro
verde	castanho-claro
castanho-escuro	verde
castanho-claro	castanho-claro
castanho-escuro	castanho-escuro
castanho-escuro	castanho-claro

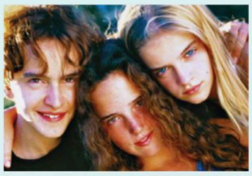
1.1 Com os dados construa uma tabela de frequências absolutas e relativas simples.

1.2 Escreva uma pequena composição matemática acerca da cor dos olhos dos alunos da turma K do 10.° ano.

Fig. 7.19. Exercício sobre frequências absolutas - mat A. p. 49

3.1 Observou-se a cor dos olhos dos 20 alunos da turma K do 10.° ano.

castanho-escuro	azul
castanho-escuro	castanho-claro
azul	verde
verde	verde
castanho-escuro	castanho-escuro
verde	castanho-claro
castanho-escuro	verde
castanho-claro	castanho-claro
castanho-escuro	castanho-escuro
castanho-escuro	castanho-claro



a) Com os dados construa uma tabela de frequências absolutas e relativas simples.

b) Escreva uma pequena **composição matemática** acerca da cor dos olhos dos alunos da turma K do 10.° ano.

Fig. 7.20 Exercício sobre frequências absolutas - mat CP. p. 27

Para construir uma tabela de frequências para dados contínuos, os procedimentos adotados, os exemplos apresentados, bem como os exercícios propostos são exatamente iguais nos dois manuais . Ou seja, foi possível observar que em termos estruturais, textuais e de recursos ambos os manuais possuem a mesma organização.

Construir uma tabela de frequências para dados contínuos

A massa, em gramas, de 50 pães produzidos numa padaria foi registada na seguinte tabela.

Massa/g																								
18	22	18	19	27	19	26	19	26	22	26	21	20	23	20	23	24	20	25	21	23	25	29	28	28
20	20	27	22	20	26	22	21	20	22	20	24	24	21	23	20	24	23	20	25	21	25	29	29	28

Faça uma redução de dados através de uma tabela de frequências absolutas e relativas simples e acumuladas.

Resolução

Vamos seguir o seguinte método:

1.° Determinar o número de classes que vamos usar na tabela.
$n = 50$; $2^5 < 50$ e $2^6 > 50$.
Vamos usar 6 classes. Aplica-se a fórmula $2^k > n$

2.° Determinar a amplitude de cada classe, ou seja, a diferença entre o valor máximo e o valor mínimo e, em seguida, calcular o quociente entre este valor e o número de classes.
$29 - 18 = 11$ e $11 : 6 \approx 1,8$
menor valor da tabela
maior valor da tabela
n.° de classes

Fig. 7.21. Construção tabela frequências - mat A. p. 51.

2.° Determinar a amplitude de cada classe, ou seja, a diferença entre o valor máximo e o valor mínimo e, em seguida, calcular o quociente entre este valor e o número de classes.
$29 - 18 = 11$ e $11 : 6 \approx 1,8$
menor valor da tabela
maior valor da tabela
n.° de classes

3.° Considerar para a amplitude de classe um valor aproximado por excesso relativamente ao valor obtido, 1,8. Neste caso vamos considerar 2 para amplitude de classe. Note-se que o valor 2 facilita a leitura dos limites do intervalo de classe.

4.° O limite inferior da 1.ª classe será o mínimo da amostra: 18. Assim:

Classes	Frequência absoluta	Frequência relativa	Frequência absoluta acumulada	Frequência relativa acumulada
[18 , 20[	5	0,10	5	0,10
[20 , 22[	15	0,30	20	0,40
[22 , 24[	10	0,20	30	0,60
[24 , 26[	8	0,16	38	0,76
[26 , 28[	6	0,12	44	0,88
[28 , 30[	6	0,12	50	1,00
Total	50	1,00		

Fig. 7.22 Construção tabela frequências - mat CP. p. 29.

Os dois manuais apresentam a representação gráfica de dados de igual forma. São usados os mesmos exemplos na apresentação dos diferentes tipos de gráficos ao longo de todo o tema. Nas considerações gerais sobre representações gráficas os dois manuais partilham uma parte inicial. No entanto pode-se verificar que no manual de matemática A, é feita uma separação entre gráficos de barras e outros tipos de gráficos, enquanto que no manual para matemática CP não é feita qualquer separação.

Como verificado no final dos temas anteriores, o manual de Matemática A apresenta duas “Atividades de síntese”, “Atividades de avaliação”, “Atividades complementares” e por fim o “Essencial”. Enquanto no manual de matemática CP tem-se unicamente “Atividades de avaliação” e duas “Atividades de síntese” para trabalho de grupo.

7.2.4. Medidas de tendência central

As Medidas de tendência central, referidas como de localização, nos manuais da Porto Editora, “Tema 3” no de Matemática A, p. 80, “Tema 4" no de matemática CP, p. 54, são iniciadas em ambos de forma igual.

É indicado de forma breve quais as medidas de localização, chamadas de estatísticas, a serem estudadas, sendo o leitor alertado para os cuidados a ter no uso das estatísticas. A partir de um exemplo, em contexto, classificável no domínio descritivo ao nível estrutural e procedimental ao nível textual, é introduzida a noção de somatório. Sendo de seguida dados dois mas com particularização do discurso. exemplos, e propostos outros tantos, que se situam no domínio esotérico. Os recursos utilizados variam entre o índex e o simbólico.

Como o referido no ponto anterior, onde se indica que os dois manuais apresentam o mesmo gráfico, a Média é apresentada de igual forma em ambos manuais, no entanto o manual de matemática A vai mais além no estudo da Média, fazendo aqui o estudo das suas propriedades, (fig. 7.23), ou a propriedade que diz que “Multiplicando cada elemento de um conjunto de números por uma constante, a média vem multiplicada por esse constante”, p.88.

Propriedade 1

Adicionando um valor constante a cada um dos elementos de um conjunto de números, a média vem adicionada a essa constante.

Fig. 7.23. propriedades da média – Manual de mat A. p. 88

O manual ressalva no entanto que o estudo das propriedades da média não são temas obrigatórios do atual programa de matemática.

Para o estudo da Mediana, ambos os manuais iniciam com o mesmo exemplo mas uma definição diferente, apresentando diferentes saturações discursivas. No manual de Matemática A, a explicação para a determinação da Mediana apresenta uma maior saturação discursiva (fig 7.24.), observando-se um maior número de símbolos $\left(k = \frac{n+1}{2}\right)$. Já no manual de Matemática CP, na definição de mediana, não é apresentada qualquer fórmula, boa parte destes símbolos foram substituídos por linguagem corrente. Esta ausência de fórmulas é indicativo de uma menor saturação discursiva (fig. 7.25)

Se x_1 , x_2 , … , x_n representam n valores ordenados (por ordem crescente ou decrescente) de uma variável quantitativa, chama-se **mediana** e pode representar-se por M_d ou $\tilde{x}$:

- ao valor da variável que ocupa a posição central, se n é ímpar:

$$\tilde{x} = x_k \, , \quad \text{com} \quad k = \frac{n+1}{2}$$

- à média aritmética dos dois valores centrais, se n é par:

$$\tilde{x} = \frac{x_k + x_{k+1}}{2} \, , \quad \text{com} \quad k = \frac{n}{2}$$

Fig. 7.24. Definição de Mediana p. 90 mat A

Reforçando o que atrás foi enunciado, onde se lê na definição de mediana do manual de Matemática A "se n é ímpar" é substituída no manual de Matemática CP por "Se a dimensão da amostra é par".

Mediana – se x_1 , x_2 , … , x_n representar um conjunto de n valores ordenados de uma variável quantitativa, chama-se mediana daquele conjunto e representa-se usualmente por M ou $\tilde{x}$:

- Se a dimensão da amostra é ímpar, há um dos elementos da amostra ordenada que tem tantos elementos para a esquerda como para a direita e esse elemento central é a mediana.
- Se a dimensão da amostra é par, não há nenhum elemento que tenha a propriedade de a dividir ao meio. Há dois valores centrais e define-se a mediana como sendo a média aritmética desses dois valores.

Fig. 7.25. Definição de Mediana p. 63 mat CP

Ao nível textual verifica-se uma maior particularização do discurso no manual de Matemática CP. A combinação de uma menor saturação discursiva e uma particularização do discurso no manual de matemática CP, bem como uma menor utilização de símbolos no manual de Matemática CP ao nível dos recursos, traduz uma posição menos próxima do autor.

Os exemplos apresentados, os exercícios ou problemas resolvidos, quer num quer noutro manual são iguais, bem como os exercícios propostos. Este procedimento que se tem vindo a observar, e se verificou nos temas seguintes, traduz uma prática dos autores.

Na determinação da classe modal, à imagem dos conteúdos anteriores, a explicação e os exemplos apresentados são iguais.

No estudo da moda, em ambos os manuais, na apresentação do conteúdo, é mostrado o mesmo exemplo. No entanto existem diferenças na definição de Moda, num e noutro manual.

Como se pôde verificar na definição de Mediana, também aqui se observam algumas diferenças na definição de Moda. No manual de Matemática A é feita a referência a "valores de uma variável estatística" e moda "pode representar-se por M_o", situando o discurso no Domínio Esotérico, enquanto no manual de matemática CP é feita a referência a "conjunto de dados estatísticos é(são) o(s) valores ou categorias(s)" e a moda "representa-se por M_o", situando o discurso no Domínio Descritivo.

Sendo x_1 , x_2 , … , x_n os n valores de uma variável estatística, chama-se **moda**, e pode representar-se por M_o , ao valor que ocorre com maior frequência.

Fig. 7.26. Definição de Moda – Manual mat A .p. 94

A definição no manual de Matemática CP é menos saturada discursivamente e mais particularizada textualmente. (fig 7.27)

Moda – moda de um conjunto de dados estatísticos é(são) o(s) valor(es) ou categoria(s) que ocorre(m) com maior frequência. Representa-se por M_o .

Fig. 7.27. Definição de Mediana – Manual mat CP. p. 67

Em termos de recursos, estes são usados, em ambos os manuais em igual número, sendo a fotografia, modo icónico, o mais utilizado. Pode-se observar, paralelamente, que a qualidade das fotografias é assinalável. Um modo de significação, icónico, também utilizado, embora em menor número, é o desenho. Já o cartoon é praticamente inexistente. São também utilizados em igual número, tabelas e gráficos, modo índex. Como seria de esperar, esta utilização faz com que o leitor esteja como que presente nos exemplos ou exercícios dados. A utilização quer de desenhos quer de fotografias aumenta a força do código da presença.

Por fim, foi observado que os poucos exercícios propostos nos dois manuais são iguais.

7.2.5. Extremos e Quartis

Os extremos e quartis são apresentados exatamente da mesma maneira quer num quer noutro manual. As únicas diferenças situam-se nos desenhos e nas fotografias, que embora diferentes, não refletem diferenças entre os conceitos. Quando concluída a apresentação dos extremos e quartis, observa-se no manual para a Matemática A algumas páginas dedicadas a "Algumas considerações sobre medidas de localização" e sobre "Simetria" ausentes no outro livro.

Já quanto aos exercícios propostos num e noutro manual, é seguida a linha dos subcapítulos anteriores, ou seja, sugestões para trabalhos de grupo e "Atividades de avaliação" em ambos os manuais, e ainda "Atividades complementares" e o "Essencial" no manual de matemática A, havendo no entanto diferenças na forma como são formuladas as questões para os mesmos enunciados. Ambos os manuais propõem algumas questões de resposta fechada, embora no manual de Matemática CP estas sejam bastante mais simples e de resposta imediata.

7.2.6. Medidas de dispersão

O subcapítulo Medidas de Dispersão, Tema 5 no manual Matemática CP, Tema 4 no manual Matemática A, é iniciado de forma distinta. No manual para os cursos regulares é feita uma introdução ao estudo das medidas de dispersão, referindo e exemplificando porque "as medidas de localização não são suficientes para caracterizar um conjunto de dados, pois não tomam em conta aspetos como a variabilidade ou dispersão". A existência da introdução situa o leitor do manual de matemática A, numa posição diferente da do leitor do manual de matemática CP. O leitor do manual de matemática A primeiro fica mais perto da posição de aprendiz, estando o leitor de matemática CP segundo numa posição mais próxima de subordinado.

Em ambos os manuais, à semelhança de outros subcapítulos, quando é estudado a amplitude e a amplitude interquartis quer os conteúdos, quer os exemplos propostos são iguais. No entanto o manual de matemática A, aborda o estudo do desvio médio, o que não se verifica no manual de matemática CP. A definição de desvio médio apresenta uma saturação discursiva alta, e textualmente a mensagem pode-se considerar abstrata e metonímica, ou seja, a imagem do que é o desvio médio.

Sendo x_1 , x_2 , ... , x_n os n valores observados de uma variável quantitativa e $\overline{x}$ a sua média, chama-se **desvio médio**, e representa-se por d , ao valor assim obtido:

- Para dados simples: $d = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} |x_i - \overline{x}|}{n}$
- Para dados agrupados em tabelas de frequências: $d = \dfrac{\sum_{i=1}^{k} n_i |x_i - \overline{x}|}{n}$
    - k é o número de valores diferentes que surgem na amostra
    - n_i é a frequência dos valores x_i
    - $n = \sum_{i=1}^{k} n_i$

Se os dados estão agrupados em classes, x_i e n_i são, respectivamente, o ponto médio e a frequência absoluta da classe i ; k é o número de classes.

Fig. 7.28. Definição de desvio médio – Manual de mat A. p. 126

O estudo do desvio médio termina com um exemplo de aplicação da sua fórmula, este situa-se no domínio esotérico, e com um autoteste onde os exercícios são propostos no domínio descritivo.

A variância é estudada de igual forma em ambos os manuais e referido que o seu análise serve mais como suporte ao estudo do desvio padrão, quer na apresentação dos conteúdos quer nos exercícios propostos,.

No manual de matemática A é proposta uma "Atividade inicial" (p.130), imediatamente antes do estudo do desvio padrão, que é a demonstração de como se pode obter outra fórmula para o cálculo da variância a partir da dada. Esta demonstração é do Domínio Esotérico, no entanto o autor ao referir que foi "o Pedro" (p130)

O Pedro mostrou que $\sigma^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n} - \overline{x}^2$, procedendo do seguinte modo:

Fig. 7.29. Obtenção de outra fórmula para a variância – manual de mat A. p. 130.

a mostrar, ou seja, está a permitir que alguém que não esteja na posição de autor, possa também proceder como tal, está portanto a afiliar a sua voz.

O estudo do desvio padrão, propriamente dito, é feito de idêntico modo em ambos os manuais, verificando-se no entanto no manual de Matemática A uma observação, em função da atividade inicial atrás referida, que permite calcular o desvio padrão com outras fórmulas. Tanto a apresentação dos conteúdos como os exercícios propostos são iguais em ambos os manuais, ressalvando-se uma pequena diferença num exercício, onde os dados são apresentados de acordo com um diagrama de caule e folhas num manual, sendo no outro apresentados segundo uma tabela de dados simples. Por fim, o subcapítulo termina com Atividades de síntese, Avaliação, Atividades Complementares e o “Essencial” no manual de matemática A, e com Avaliação e Atividades de Síntese no manual de Matemática CP.

7.2.7. Distribuições bidimensionais

Os Dados Bidimensionais, têm uma abordagem praticamente igual nos dois manuais, excepto quando é estudado o coeficiente de correlação linear, ficando-se no entanto o manual de Matemática CP pelo estudo da “reta de regressão para fazer estimativas. No manual de Matemática A são ainda estudadas as tabelas de contingência e a representação gráfica de dados bivariados.

7.2.8. Quadro resumo

Quadro 7.2. Resumo da análise aos manuais de Matemática A e CP da Porto Editora Capítulo Estatística

Subcapítulo	Matemática A	Matemática CP
1. Estatística – Generalidades	Introdução 1. Domínio Descritivo e DS^-. 2. Particular procedimental. 3. Predominantemente indexado, icónico menos frequente. Tema 1 População e amostra, censos e sondagem, técnicas de amostragem 1. Domínio Descritivo e DS^-, posição subordinada. 2.Particular procedimental. 3. Predominantemente indexado e icónico	Tema 1 [Introdução] 1. Domínio Descritivo e DS^-. 2. Particular procedimental. 3. Predominantemente indexado, icónico menos frequente. Tema 2 População e amostra, censos e sondagem, técnicas de amostragem 1. Domínio Descritivo e DS^-, posição objetivada. 2.Particular procedimental. 3. Predominantemente indexado e icónico
2. Organização e interpretação de caracteres estatísticos: (qualitativos e quantitativos)	Tema 2 Variáveis estatísticas 1. Domínio expressivo e DS^{+-}, posição subordinada. 2. Particular procedimental. 3. Predominantemente indexado. Organização e Representação gráfica Tema 3 Medidas de tendência central 1. Domínio descritivo/esotérico e DS^{+-}, posição subordinada. 2. Particular procedimental. 3. Icónico, indexado e simbólico. Tema 4 Medidas de dispersão 1. Domínio esotérico e DS^+, posição subordinada. 2. Abstrata e metonímica. 3. Icónico, Indexado e simbólico.	Tema 3 Variáveis estatísticas 1. Domínio expressivo e DS^-, posição objetivada. 2. Particular procedimental. 3. Indexado e Icónico. Organização e Representação gráfica Tema 4 Medidas de tendência central 1. Domínio descritivo e DS^-, posição objetivada. 2. Particular procedimental. 3. Icónico e indexado. Tema 5 Medidas de dispersão 1. Domínio descritivo e DS^-, posição objetivada. 2. Particular procedimental. 3. Icónico, Indexado e simbólico.
3.Referência a distribuições bidimensionais (abordagem gráfica e intuitiva)	Tema 5 Dados bidimensionais 1. Domínio descritivo e DS^-, posição objetivada. 2. Particular procedimental. 3. Icónico, Indexado e simbólico.	Tema 6 Dados bidimensionais 1. Domínio descritivo e DS^-, posição objetivada. 2. Particular procedimental. 3. Icónico, Indexado e simbólico.

7.3. Manuais Editora Areal

A editora Areal não nos apresenta um manual para a Matemática A e para a Matemática CP dos mesmos autores. O manual de matemática A foi elaborado por Ana Maria Brito Jorge, Conceição Barroso, Barroso Alves, Cristina Cruchinho Graziela Fonseca, Judite Barbedo e Manuela Simões e o de matemática CP por Dolores Ferreira, António Ferreira, Paula Carvalho e José Carvalho.

7.3.1. Índices e organização

O manual de matemática CP é monocromático. Já o manual de Matemática A faz uso da cor em todo o manual. No manual para a Matemática A, a qualidade do papel é superior. A ausência de cor, ou o uso de uma única cor, não permite o destaque dos conteúdos abordados. Embora a opção por um texto monocromático passe, certamente, por critérios editoriais. Em todos os capítulos do manual de matemática A é proposta uma tarefa que serve de introdução e apresentação a cada novo conteúdo

Já em termos de organização, o manual de Matemática A tem uma diferente organização de índice. Este manual organiza o capítulo em subcapítulos, e cada um dos subcapítulos está dividido por conteúdos, como se pode observar na figura 7.30.

1	**GENERALIDADES**	
	Noções elementares de estatística	8
	Aplicar	13
	Recenseamentos, sondagens e amostras	15
	• Recenseamentos	15
	• Sondagens	16
	• Amostras	17
	Aplicar	21
	Consolidar	22
2	**ORGANIZAÇÃO E INTERPRETAÇÃO DE DADOS**	
	Dados simples – tabelas e representações gráficas	23

Fig. 7.30. índice do manual Matemática A-Areal

Já o mesmo não se verifica com o manual para a Matemática CP. Neste o capítulo não está organizado em subcapítulos, e cada um dividido por conteúdos. Estes são apresentados de forma linear, podendo-se observar no entanto, como mostra a figura 7.31, que são destacados os conteúdos pelo tamanho da fonte da letra.

Fig. 7.31. índice do manual Matemática CP -Areal

Foi observado que em todos os capítulos do manual de matemática A é proposta uma tarefa que serve de introdução e apresentação a cada novo conteúdo.

7.3.2.. Introdução, população e amostra, censo e sondagem, e técnicas de amostragem

Ambos os manuais apresentam uma introdução à Estatística, mais breve no manual de Matemática CP, e nos dois é feita uma familiarização à terminologia Estatística, sendo no entanto mais completa no manual A.

A organização do manual A permite uma melhor leitura dos conceitos matemáticos expostos dado aparecerem destacados. A organização do manual de matemática CP é muito linear, não havendo destaque aos conteúdos.

> A **Estatística** reúne, organiza, possibilita a interpretação e reduz a medidas significativas, conjuntos de dados, quantitativos ou não, que permitam obter uma melhor compreensão das situações.

Fig. 7.32. índice do manual Matemática A –Areal – p. 9

> **Estatística é a ciência que dispõe de métodos e processos apropriados para recolher, organizar, classificar, apresentar e interpretar conjuntos de dados, bem como utilizar as conclusões para efetuar generalizações.**

Fig. 7.33. índice do manual Matemática CP –Areal – p.5

Tanto num como noutro manual é feita uma introdução à Estatística. Em ambos há uma grande densidade de texto por página, sendo no entanto mais fácil a leitura no manual de matemática

A. Quanto ao nível textual a saturação discursiva é idêntica quer num quer noutro manual. Em ambos, pode ser classificada de baixa, ou seja um discurso particular procedimental.

Quando abordam os conceitos de população e amostra, o manual de matemática A apresenta uma saturação discursiva inferior à apresentada pelo manual de Matemática CP.

> **Amostra** é um subconjunto finito de uma população, selecionado segundo regras pré-definidas. O número de elementos chama-se **dimensão** da amostra.

Fig. 7.34. Definição de Amostra - manual Matemática A –Areal – p. 11

Na figura anterior pode-se constatar o destaque dado à definição de amostra no manual de Matemática A. Já no manual de matemática CP à definição de amostra não é dado qualquer destaque, aparecendo esta no meio do texto. (figura 7.35).

> Nem sempre é possível observar toda a população relativamente a um dado aspeto e, nesses casos, recorre-se ao estudo de um subconjunto finito da população, que é denominado **amostra**. Assim, o estudo estatístico envolve apenas um subconjunto finito da população, sempre com o objetivo de extrapolar os resultados para todo o universo estatístico.

Fig. 7.35. Referência a Amostra - manual Matemática CP –Areal – p. 5

A nível estrutural observa-se que embora as duas definições tenham uma classificação fraca ao nível da expressão, já ao nível do conteúdo se pode afirmar a classificação é aqui mais forte no manual CP, situando-se no domínio expressivo. Predomina nestas partes do manual o recurso indexado (tabelas e gráficos), divergindo unicamente na forma como são referenciados.

Nos dois manuais, neste ponto, observa-se que vão sendo apresentados os conteúdos seguindo a mesma sequência. Quando são referidos dois ramos distintos da Estatística, a Descritiva ou Indutiva, aqui os dois manuais dão destaque ao que se entende de uma e de outra. Sendo de igual forma muito parecidos na definição, embora mais completas no manual A.

Os dois manuais apresentam uma definição de variável quantitativa e qualitativa muito idênticas. No entanto, na definição de variável quantitativa (figura 7.36), o manual de matemática A emprega a expressão, "população passíveis de serem medidas numa escala numérica", cujo uso particular situa o discurso no Domínio Esotérico.

> > **variáveis quantitativas** – propriedades de uma população passíveis de serem medidas numa escala numérica.

Fig. 7.36. Variável quantitativa Matemática A – Areal – p. 12

Já no manual de matemática CP o emprego da frase "medir, ou pelo menos, expressar numericamente", situa o discurso no Domínio Descritivo.

Como foi possível observar em casos anteriores, também aqui no manual de matemática CP se observa que as definições surgem de uma forma menos destacada.

> As variáveis em que é possível medir, ou pelo menos, expressar numericamente, são denominadas **variáveis quantitativas**.

Fig. 7.37. Variável quantitativa Matemática CP – Areal – p. 11

Nos manuais de matemática A e CP são apresentadas, imediatamente a seguir, as noções de variáveis discretas e contínuas.

No final deste primeiro subcapítulo, quer num quer noutro manual, são apresentados alguns exercícios resolvidos ou propostos. O manual de matemática A vai um pouco mais além neste subcapítulo, dedicando oito páginas ao que se entende por recenseamentos, sondagens e amostras.

7.3.3. Análise, representação e redução de dados

Os dois manuais dão títulos diferentes no capítulo seguinte, para o manual de Matemática A é o capítulo 2, Organização e interpretação dos dados, para o manual de Matemática CP, Tabelas de distribuição de frequências. No manual A é possível observar que este capítulo está organizado em subcapítulos, (dados simples e dados agrupados) contrariamente ao manual CP.

O manual de matemática A começa por dar uma noção de distribuição estatística. Já no manual de Matemática CP este começa por falar de distribuições de frequências de variáveis discretas. No manual de Matemática A antes de ser dada a definição de frequência absoluta, é explicado como construir uma tabela com esses dados, (figura 7.38).

> Quando se pretende organizar os dados numa tabela:
> – na coluna da esquerda colocam-se os diferentes valores x_i que a variável em estudo pode tomar;
> – na coluna seguinte regista-se o número de vezes que cada valor x_i da variável aparece na população ou amostra estudada.

Fig. 7.38. Passos para a construção de uma tabela de frequências absolutas – Matemática A – Areal – p. 24

O manual de Matemática A dá o exemplo do que se entende por uma distribuição estatística, dando de seguida a definição de frequência absoluta. As definições apresentadas para frequência absoluta em ambos os manuais são muito idênticas, embora a dada no manual de Matemática CP apresente uma saturação discursiva mais elevada, dado ter sido colocada com uma linguagem menos próxima do português corrente .

> O número de vezes que um determinado valor x_i se regista numa população ou amostra, num estudo estatístico, designa-se **efetivo** ou **frequência absoluta** desse valor da variável e representa-se por n_i.

Fig. 7.39. Definição frequência absoluta – Matemática A –Areal – p. 24

> **O número de vezes que um determinado dado x_i é observado na população em estudo é o efetivo ou frequência absoluta (simples), que se denota por f_i.**

Fig. 7.40. Definição frequência absoluta – Matemática CP –Areal – p. 13

No seguimento do que se entende para ambos os manuais de por distribuição estatística e frequências absolutas, são dados dois exemplos de tabelas de frequências absolutas. No entanto como é possível observar nas figuras seguintes, no manual de Matemática CP é indicado como se constrói uma tabela de frequências absolutas, e posteriormente, de frequências relativas, de forma teórica. Este manual poucas mais considerações faz sobre frequências absolutas e relativas, contrariamente ao manual de matemática A, que faz umas reflexões sobre a organização da tabela, caso a variável estatística seja de natureza qualitativa ou quantitativa.

Modalidades da variável (x_i)	Frequência absoluta (f_i)
x_1	f_1
x_2	f_2
...	...
x_k	f_k

x_i	x_1	x_2	...	x_k
f_i	f_1	f_2	...	f_k

Fig. 7.41. Tabela frequências absolutas matemática CP –Areal – p. 23

O manual de matemática A parte de um exemplo prático para construir uma tabela de frequências absolutas, e no seguimento uma tabela de frequências relativas, fazendo também algumas considerações sobre as etapas iniciais de um estudo estatístico, e à imagem do que havia feito antes, também aqui faz algumas considerações de natureza teórica, explicando o conceito de somatório.

Idade (x_i)	Frequência absoluta (n_i)
14	1
15	10
16	5
17	3
18	1
Total	20

Dimensão da população ou amostra (N)

Fig. 7.42. Tabela frequências absolutas Matemática A –Areal – p. 24

Na apresentação deste conteúdo, a nível estrutural, o manual de matemática CP, situa a sua prática no domínio esotérico. Já o manual de matemática A situa a sua prática no domínio descritivo. A saturação discursiva mais elevada no manual de matemática CP prende-se com o facto de usar elementos de discurso metonímicos. Ou seja, usa símbolos ou designações para representar uma realidade por meio de outra realidade.

Na apresentação das frequências relativas, o manual A apresenta uma saturação discursiva superior em termos de definição, contrariamente ao que se havia observado na frequência absoluta. No entanto o manual de matemática A prossegue a explicação do que é uma frequência relativa utilizando o exemplo inicial da frequência absoluta. Já o manual de matemática CP fá-lo de forma teórica. É apresentado em ambos os manuais as frequências acumuladas, absolutas e relativas, mas mantendo as aproximações anteriores, ou seja, no manual de matemática CP é feita de forma teórica, contrariamente ao manual de matemática A, que o faz recorrendo a um exemplo prático de como se obtém as diferentes frequências acumuladas, absolutas e relativas. Foi também possível observar na definição de frequência acumuladas, absolutas e relativas, no manual A, que a saturação discursiva é superior.

Por fim no manual de matemática CP é dado um exemplo de aplicação de uma distribuição estatística, e a respetiva tabela de frequências.

O manual de matemática A apresenta no fim deste subcapítulo um exemplo de como construir tabelas de frequências para as calculadoras gráficas Texas e Casio. Exemplo que não se encontra no manual de matemática CP.

No manual de matemática A é explicado o conceito de Função Cumulativa, em primeiro lugar com um exemplo prático, e por fim de forma teórica, sendo de seguida apresentadas as diferentes representações gráficas possíveis para dados simples, e como obter esses gráficos na calculadora gráfica, Texas e Casio, tendo para tanto utilizado o exemplo inicial.

O nível *estrutural* no manual A situou-se predominantemente no nível descritivo, enquanto no manual de matemática CP situou-se essencialmente no nível esotérico. Já a nível *textual* se pode afirmar que no manual de matemática CP a estratégia oscilou entre o metonímico e procedimental, com predominância do primeiro, enquanto no manual de matemática A a estratégia oscilou entre o procedimental e o metonímico, com preponderância do primeiro. Por fim ao nível dos *recursos*, estes situaram-se, em ambos os manuais, no modo de significação indexado, tabelas e gráficos.

O manual de matemática A inicia o subcapítulo dedicado aos dados agrupados em classes com algumas considerações teóricas sobre o assunto. A explicação é depois socorrida de um exemplo prático, sendo consequentemente estudadas as representações gráficas associadas aos dados agrupados em classes. É também aqui explicado como obter estes gráficos com a calculadora gráfica, Texas e Casio. No fim de ambos os subcapítulos foi possível encontrar um conjunto de exercícios de aplicação.

No manual de matemática CP não é possível observar, de forma explícita, um subcapítulo dedicado aos dados agrupados em classes, é no entanto dedicada uma parte a variáveis contínuas. São feitas algumas considerações sobre quando se aplicam as classes a dados, e como se constrói a tabela de distribuições, sendo esta tabela construída de forma teórica. São dados de seguida dois exemplos, mas a explicação dos mesmos é algo confusa. Por fim, são apresentados os tipos de gráficos que é possível construir com estes tipo de dados, nesta situação, sempre com dados práticos. É proposto um único exercício de aplicação.

7.3.4. Medidas de tendência central

O capítulo 3 do manual de matemática A denomina-se “Medidas estatísticas”. Ao correspondente capítulo do de Matemática CP é dado o nome de “Medidas de tendência central”. No manual de matemática A o tema é apresentado, como introdução às medidas de tendência central, o exemplo, sobejamente tratado, da média dos vencimentos, e de seguida proposta uma tarefa sobre esse mesmo problema. Posto isto são feitas algumas considerações a Estatística Descritiva, sendo de seguida dada a definição de média, e exemplificada com os dados numéricos do problema inicial. São de seguida dadas as definições de moda e mediana, acompanhadas com pequenos exemplos de como os encontrar.

No manual de matemática CP são feitas poucas considerações iniciais sobre as medidas de tendência central. É dada a definição de média para dados apresentados em tabelas de frequências ou não, como também se pôde observar no manual de matemática A. Ainda no manual de Matemática CP, é dado um exemplo de como calcular a média para dados numa tabela de frequências, utilizando a tabela. É dado um exercício resolvido e propostos exercícios. É dito de seguida como calcular a média para dados agrupados em classes (dados contínuos), utilizando dados teóricos, e depois proposto um exercício resolvido e três tarefas também resolvidas. Já no manual de matemática A foi calculada a média utilizando os dados, mas não a tabela.

De seguida, em ambos os manuais, é apresentada a definição de moda e as suas classificações. No manual para a matemática A é também apresentada a definição de mediana. São então dados exemplos de como achar a moda em ambos, e a mediana no manual A. Este último trata os dados agrupados em classes como um subcapítulo. Ainda no manual A, é explicado como determinar a mediana para número ímpar e par de dados, são introduzidos os conceitos de quartis e percentis, e como determinar os diagramas de extremos e quartis, com exemplos práticos.

Ao valor Q_1, que separa os primeiros 25% dos dados ordenados por ordem crescente dos restantes 75%, chama-se **1.º quartil**.
O **3.º quartil** é o valor Q_3 que divide a distribuição em duas partes, sendo 75% dos dados menores ou iguais a Q_3 e os restantes 25% maiores ou iguais.

Fig. 7.43. Definição de quartil Matemática A –Areal – p. 53

O manual de Matemática A, como se pode observar na figura 7.43, define o primeiro quartil como o valor “que separa os primeiros 25% dos dados ordenados por ordem crescente dos restantes 75%”, situando o discurso no Domínio Esotérico. Já o manual de Matemática CP, como se observa na figura 7.44, define quartis como “os valores que dividem a distribuição em quatro partes com a mesma quantidade de dados”, situando o discurso no Domínio Descritivo.

Os quartis são os valores que dividem a distribuição em quatro partes com a mesma quantidade de dados. Ajudam a caracterizar melhor a distribuição.

Fig. 7.44. Definição de quartil Matemática CP –Areal – p. 52

É também explicado como determinar as medidas de localização numa calculadora gráfica, Texas e Casio. Posto isto são dados alguns exercícios resolvidos (dois) e tecidas algumas considerações sobre as vantagens e inconvenientes das medidas de localização. Por fim, alguns exercícios de aplicação para os alunos resolverem.

Voltando ao manual CP, após a classificação da moda, são dados três exemplos de como classificar a moda, e três exercícios de aplicação resolvidos, sendo que num deles é proposto a utilização da calculadora gráfica. É então indicado como determinar a moda e a mediana para dados agrupados em classes. A determinação da moda é feita, quer recorrendo aos dados numa tabela, classe modal, quer aos dados apresentados num histograma. De seguida são propostos alguns exercícios, para resolver. É explicado como determinar a mediana, dados simples e em tabelas não agrupados em classes, sendo o número de dados par ou ímpar, e exemplificado com um exemplo prático. Para explicar as vantagens e inconvenientes das medidas de localização, o manual de matemática CP utiliza uma banda desenhada com o exemplo recorrente dos salários numa empresa.

7.3.5. Extremos e Quartis

É de seguida explicado os quartis e respetivos diagramas de extremos e quartis, com um exemplo.

É explicado como determinar a classe mediana a partir do polígono de frequências e como a partir daí é fácil construir o diagrama de extremos e quartis.

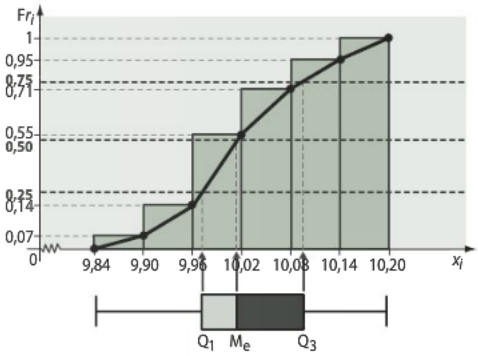


Fig. 7.45. Polígono de frequências relativas acumuladas e diagrama de extremos e quartis - Matemática CP –Areal – p. 55

É dado por fim um exemplo, prático, e propostos mais quatro exercícios para resolver. É explicado como utilizar a calculadora gráfica na obtenção dos parâmetros estatísticos e de gráficos utilizando a calculadora.

O manual para a matemática A faz agora o estudo das medidas de localização com dados agrupados em classes. Este estudo é realizado a partir de um exemplo prático, e é progressivamente feita a identificação da classe modal, do cálculo da média aritmética e da classe mediana. Neste manual é também feita a determinação da classe mediana recorrendo ao polígono de frequências relativas acumuladas e a partir do mesmo determinar os quartis e desenhar o correspondente diagrama de extremos e quartis. São então propostos alguns exercícios de aplicação e consolidação.

Pôde-se então observar que ao nível estrutural da linguagem, o manual de matemática A situa a sua atividade no domínio descritivo, já o manual de matemática CP alterna entre o domínio descritivo e esotérico. Ainda ao nível da linguagem o manual de matemática CP apresenta, por vezes, uma organização do discurso mais elaborada, ou seja, uma saturação discursiva mais elevada relativamente ao manual de matemática A.

Já relativamente ao nível textual o manual de matemática A tem a sua mensagem essencialmente organizada no discurso particular procedimental, utilizando fazendo a passagem para o abstrato metonímico essencialmente aquando da apresentação de definições. O manual de matemática CP já tem uma organização do discurso que parte do não procedimental ou metonímico para o procedimental.

Por fim, em termos de recursos quer num quer noutro, o modo de significação empregue foi o indexado, exceção feita ao manual de manual de matemática CP que utilizou o cartoon.

7.3.6. Medidas de dispersão

A introdução ao capítulo dedicado às "Medidas de dispersão" serve para justificar a razão de se estudar as medidas de dispersão. A partir dos dados da tarefa é explicado o que se entende por amplitude total, ou só amplitude, e como se calcula. Sendo de seguida dadas as definições de variância e desvio padrão, e como se determina o desvio padrão, para dados simples ou dados agrupados em classes, a partir dos dados das tarefas propostas anteriormente. Para a determinação do desvio padrão, organizaram-se os cálculos numa tabela. Paralelamente foi explicado como determinar o desvio padrão recorrendo à calculadora gráfica, e por fim é feita uma análise, explicada, dos valores obtidos. É dada a definição de amplitude interquartil e as propriedades da média e do desvio padrão, com a apresentação de exemplos sempre a partir dos dados da tarefa inicial. O capítulo termina com a proposta de exercícios de aplicação e consolidação.

O manual de matemática CP começa o estudo das medidas de dispersão, com o mesmo alerta, que as medidas de tendência central, são insuficientes para caracterizar certos aspetos de uma distribuição estatística. No seguimento apresenta a definição de amplitude, variância e de desvio padrão, e para exemplificar o seu cálculo retoma o estudo de um problema já apresentado. Os cálculos que levam à determinação do desvio padrão são feitos unicamente a partir de uma tabela, não sendo utilizada a calculadora gráfica. São dados mais alguns exemplos, onde é pedido que se determinem as diferentes medidas. O capítulo termina com a proposta de mais alguns exercícios.

7.3.7. Distribuições bidimensionais

O capítulo, e último, dedicado às distribuições bidimensionais, no manual de matemática A, à imagem dos capítulos anteriores, é iniciado com uma tarefa. No seguimento são tecidas algumas considerações sobre o que se entende por distribuições bidimensionais e diagramas de dispersão, sendo enunciada uma sua definição.

> Ao conjunto dos pontos P_i de coordenadas (x_i, y_i) representados num sistema de eixos coordenados dá-se o nome de **nuvem de pontos** representativa da distribuição estatística ou **diagrama de dispersão**.
> Chama-se **ponto médio** ou **centro de gravidade** desta nuvem ao ponto $G(\bar{x}, \bar{y})$, ou seja, ao ponto cuja abcissa $\bar{x}$ é a média dos valores da primeira variável e cuja ordenada $\bar{y}$ é a média dos valores da segunda variável.

Fig. 7.46. Definição de diagrama de dispersão - Matemática A –Areal – p. 78

Depois é apresentado o diagrama de dispersão da tarefa inicial e são feitas algumas observações sobre os dados aí representados. É retomado um outro exemplo para se construir o diagrama de dispersão, mas desta feita com recurso à calculadora gráfica, Texas e Casio. A representação do diagrama de dispersão serve de introdução à correlação e reta de correlação. Neste ponto, todos os exercícios são explicados com recurso à calculadora gráfica. É dada a definição do coeficiente de correlação e a respetiva fórmula. O seu

Dadas duas variáveis estatísticas com a mesma dimensão N, X (tomando os valores $x_1, x_2, \ldots, x_N$) e Y (tomando os valores $y_1, y_1, \ldots, y_N$), o **coeficiente de correlação** r entre as duas variáveis é dado pela fórmula:

$$r = \frac{(x_1 - \overline{x})(y_1 - \overline{y}) + (x_2 - \overline{x})(y_2 - \overline{y}) + \ldots + (x_1 - \overline{x})(y_1 - \overline{y})}{\sqrt{(x_1 - \overline{x})^2 + (x_2 - \overline{x})^2 + \ldots + (x_N - \overline{x})^2}\ \sqrt{(y_1 - \overline{y})^2 + (y_2 - \overline{y})^2 + \ldots + (y_N - \overline{y})^2}}$$

Fig. 7.47. Definição de coeficiente de correlação - Matemática A –Areal – p. 81

cálculo é feito utilizando a calculadora gráfica. São tecidas algumas considerações sobre a variação dos valores da correlação e sobre as retas de regressão como instrumentos para efetuar previsões. Por fim é dado mais um exemplo para determinação do coeficiente de correlação e reta de regressão, sempre utilizando a calculadora gráfica. Como nos anteriores capítulos, também este termina com um conjunto de exercícios de aplicação e consolidação. No final é dado um conjunto de exercícios finais que permitem rever todos os conteúdos leccionados.

O manual de matemática CP começa o tema das Distribuições Bidimensionais explicando as situações em que estas se verificam e porquê. Dando de seguida alguns exemplos de situações onde ocorrem e a descrição dos passos a dar num estudo de uma distribuição bidimensional. Esta descrição possui, em termos de organização do discurso, uma saturação discursiva mais elevada que o manual de matemática A. No entanto já a definição de diagrama de dispersão apresenta uma saturação discursiva mais baixa relativamente ao manual de matemática A.

A cada observação de uma distribuição bidimensional associa-se um par ordenado (x, y), em que o primeiro elemento do par é um valor referente à variável x_i e o segundo elemento é um valor referente à variável y_i.

Fig. 7.48. Definição de diagrama de dispersão - Matemática CP –Areal – p. 73

A partir de uma distribuição bidimensional com dados meteorológicos, temperatura e pressão atmosférica, foi construído o diagrama de dispersão, sendo tecidas algumas conclusões sobre a relação entre as duas variáveis. É explicado como obter o diagrama recorrendo à calculadora gráfica. São apresentados também alguns exemplos de diagramas de dispersão, com diferentes nuvens de pontos, parábola, circunferência e sem relação aparente.

É então apresentado o que se entende por correlação e tipos de correlação positiva, negativa ou nula. São também dados mais alguns exemplos

Correlação é a teoria que estuda a relação ou dependência entre as duas variáveis de uma distribuição bidimensional.

Fig. 7.49. Definição de correlação - Matemática CP –Areal – p. 75

de diagramas de dispersão e explicado que dependência funcional existe entre as variáveis. No manual de matemática A não se verificou a existência do que se possa chamar definição de correlação.

No manual de matemática CP é igualmente apresentado o coeficiente de correlação de Pearson, e mostrado um exemplo para calcular o coeficiente de

O coeficiente de correlação de Pearson é dado por:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \overline{y})^2}}$$

Fig. 7.50. Definição de coeficiente de correlação - Matemática CP –Areal – p. 77

correlação. No entanto, no manual de matemática CP, para além de ser explicado como o calcular com a calculadora gráfica, é também dada uma tabela com todos os cálculos que levam à determinação do coeficiente de correlação, contrariamente ao manual A.

No manual de matemática A sendo dada uma distribuição bidimensional pede-se uma reta de ajustamento, é referido no manual que nem sempre é uma reta o ajustamento, sendo necessário calcular os coeficientes da reta, da forma $y = ax + b$. O leitor é alertado para o fato de embora tenham o mesmo sinal, o coeficiente de correlação e o coeficiente *a*, não têm o mesmo valor. São dadas as fórmulas permitem determinar os coeficientes da reta de ajustamento, embora não sejam aplicados num exemplo. No manual de matemática A não foi possível observar estas considerações sobre retas de ajustamento.

Para concluir a unidade são propostos uns exercícios de aplicação, resolvidos e para resolver, sobre distribuições bidimensionais. No final do capítulo são avançados uns testes de avaliação para que o leitor possa aferir a sua aprendizagem. O manual possui ainda uma secção de anexos dedicada ao trabalho com calculadora gráfica.

Com esta observação, pôde-se então deduzir que ao nível estrutural da linguagem, o manual de matemática A situa a sua atividade no domínio descritivo, já o manual de matemática CP alterna a sua prática entre o domínio descritivo e esotérico. Ambos os manuais apresentam ao nível das expressões uma classificação forte. Já em termos de conteúdo, o manual de Matemática CP classifica-se entre a fraca e a forte dado tanto usar exemplos da vida real como usar exemplos abstratos.

Ainda ao nível da linguagem o manual de matemática CP apresenta, por vezes, uma organização do discurso mais elaborada, ou seja, uma saturação discursiva mais elevada relativamente ao manual de matemática A.

Já relativamente ao nível textual o manual de matemática A tem a sua mensagem essencialmente organizada no discurso particular procedimental, fazendo a passagem para o abstrato metonímico essencialmente aquando da apresentação de definições. O manual de matemática CP já tem uma organização do discurso que parte do não procedimental ou metonímico para o procedimental, seja na apresentação das definições, seja ainda na apresentação dos processos matemáticos.

Por fim, em termos de recursos, no manual de matemática CP, o modo de significação empregue foi o indexado, tendo sido utilizado por uma vez o cartoon. Já o manual de matemática A usou essencialmente o modo indexado, usando por vezes o icónico.

7.3.8. Quadro resumo

Quadro 7.3. Resumo da análise aos manuais de Matemática A e CP da Editora Areal Capítulo Estatística

Subtema	Matemática A	Matemática CP
1. Estatística – Generalidades	Introdução 1. Domínio Descritivo e DS^{-}. 2. Particular procedimental. 3. Predominantemente indexado, icónico menos frequente. Tema 1 População e amostra, censos e sondagem, técnicas de amostragem 1. Domínio Descritivo e DS^{-}, posição subordinada. 2.Particular procedimental. 3. Predominantemente indexado e icónico	Introdução 1. Domínio Descritivo e DS^{-}. 2. Particular procedimental. 3. Predominantemente indexado, icónico menos frequente. Tema 2 População e amostra, censos e sondagem, técnicas de amostragem 1. Domínio Expressivo e DS+$^{-}$, posição objetivada. 2.Particular procedimental. 3. Predominantemente indexado e icónico
2. Organização e interpretação de caracteres estatísticos: (qualitativos e quantitativos)	Tema 2 Variáveis estatísticas 1. Domínio Esotérico e DS^{+-}, posição subordinada. 2. Particular procedimental. 3. Predominantemente indexado. Organização e Representação gráfica 1. Domínio Descritivo e DS^{+-} 2. Abstrato metonímico/Particular procedimental 3. Indexado Tema 3 Medidas de tendência central 1. Domínio descritivo e DS^{-}, posição objetivada. 2. Particular procedimental/Abstrato metonímico. 3. indexado. Tema 4 Medidas de dispersão 1. Domínio esotérico e DS^{+}, posição subordinada. 2. Abstrata e metonímica. 3. Icónico, Indexado e simbólico.	Tema 3 Variáveis estatísticas 1. Domínio Descritivo e DS^{-}, posição objetivada. 2. Particular procedimental. 3. Indexado e Icónico. Organização e Representação gráfica 1. Domínio Esotérico e DS^{+-} 2. Abstrato metonímico/Particular procedimental 3. Indexado Tema 4 Medidas de tendência central 1. Domínio descritivo/esotérico e DS^{+-}, posição subordinada. 2. Abstrato metonímico/Particular procedimental. 3. Indexado e Icónico. Tema 5 Medidas de dispersão 1. Domínio descritivo e DS^{-}, posição objetivada. 2. Particular procedimental. 3. Icónico, Indexado e simbólico.
3.Referência a distribuições bidimensionais (abordagem gráfica e intuitiva)	Tema 5 Dados bidimensionais 1. Domínio descritivo e DS^{-}, posição objetivada. 2. Particular procedimental/abstrato metonímico. 3. Icónico, Indexado e simbólico.	Tema 6 Dados bidimensionais 1. Domínio descritivo/esotérico e DS^{-}, posição objetivada. 2. Abstrato metonímico/Particular procedimental. 3. Icónico, Indexado e simbólico.

7.4. Manual Novo Espaço

O manual de matemática A, Novo Espaço, de Belmiro Costa e Ermelinda Rodrigues, encontra-se dividido em dois volumes, contrariando um pouco o modelo adotado por outros autores ou editoras, ou seja, o de ser um volume por cada um grande tema. O tema Estatística vem no segundo volume, que engloba também o tema Funções I.

7.4.1. Índices e organização

O índice está organizado por pontos, sendo clara a diferenciação entre subtemas, embora não seja muito compreensivo, como é possível verificar noutros manuais.

ESTATÍSTICA

Fig. 7.51. índice do manual Matemática A - Novo Espaço

7.4.2. Introdução, população e amostra, censo e sondagem, e técnicas de amostragem

O manual inicia a unidade Estatística com uma introdução sobre o tema. Passada essa introdução, entra no estudo da estatística propriamente dito com as definições de estatística, população e amostra. O discurso empregue nas definições apresenta uma saturação discursiva baixa. Prossegue fazendo algumas considerações porque se utilizam amostras no lugar de populações, e estabelece as diferenças entre Censo e Sondagem. Alerta para o uso indevido da Estatística, dando alguns exemplos de más escolhas de amostras. Paralelamente, na margem da página é possível ver como se pode selecionar, aleatoriamente, uma amostra, a partir de uma população, recorrendo à calculadora gráfica.

7.4.3. Análise, representação e redução de dados

O subcapítulo Organização e interpretação de carateres estatísticos é iniciado com a explicação do que se entende por carateres estatísticos (quantitativos e qualitativos) sendo dados alguns exemplos e propostos exercícios sobre a interpretação de gráficos e tabelas. O manual prossegue com a organização e interpretação de dados, referindo a importância da organização dos dados, sendo esta explicada com recurso a exemplos e paralelamente vão sendo propostos exercícios para os leitores resolverem.

As definições de frequência absoluta e frequência relativa são dadas com recurso a uma organização de discurso baixa, o mesmo se verificou com a organização e interpretação de dados (saturação discursiva). A construção de tabelas de frequências é explicada passo a passo com recurso a um exemplo prático, administração de condomínios. Na expressão que permite calcular a dimensão da população, ou amostra, esta utiliza somatórios, havendo aqui uma elevação da saturação discursiva do discurso. Na coluna de margem, é explicado muito sumariamente como operar com somatórios. Relativamente às frequências relativas o manual segue o

No caso geral, se a variável assume k valores distintos, tem-se:

$$n_1 + n_2 + \ldots + n_k = N \quad \text{ou} \quad \sum_{i=1}^{k} n_i = N\,.$$

Fig. 7.52. Definição de dimensão população - Novo Espaço – p. 150

mesmo procedimento que para as frequências absolutas. No seguimento é proposto uma tarefa sobre tabelas de frequências. O manual reserva as páginas seguintes para explicar como construir tabelas de frequências, e gráficos de barras, com a calculadora gráfica e a folha de cálculo, deixando um exercício para resolver, com a calculadora gráfica, sobre a construção de tabelas de frequências. É proposto mais uma tarefa para a utilização da calculadora gráfica ou a folha de cálculo.

Na linha de como foram apresentadas as frequências absolutas e relativas, são também apresentadas as tabelas de frequências, absolutas e relativas, acumuladas, a partir de uma situação em contexto, e as representações gráficas. Nas margens das páginas vão sendo propostos exercícios para resolver, bem como indicações como proceder com a calculadora gráfica para a obtenção de tabelas de frequências acumuladas na calculadora gráfica.

O diagrama de caule e folhas é dado como outra forma de apresentação de dados, sendo dados alguns exemplos resolvidos e por resolver, para dados simples, e uma tarefa para dados agrupados em tabelas. No seguimento são repetidos os mesmo conteúdos, mas desta feita para dados agrupados em classes, e a representação gráfica, histogramas e polígonos de frequências. Vão sendo propostos exercícios, de margem, para resolver sempre que um conteúdo é apresentado ou um exercício resolvido no seu seguimento. O subcapítulo termina com um pequeno conjunto de tarefas.

Nas duas unidades anteriores, ao nível estrutural da linguagem, foi observável que a prática discursiva se situa no nível descritivo e com uma saturação discursiva baixa. Já no nível textual o discurso situa-se no particular procedimental. Por fim, ao nível dos recursos, o modo de significação mais utilizado é o indexado, sendo também utilizados o modo icónico, fotografia,

29. Nas diversas fichas de Matemática que realizou ao longo do ano, a Rita, na escala de 0 a 20, obteve as seguintes classificações:

Fig. 7.53. Exemplo de modo icónico - Novo Espaço – p. 177

sempre que são postos exercícios em contexto, e menos frequente, o simbólico, geralmente só nas definições.

7.4.4. Medidas de tendência central

O subcapítulo das medidas de localização é iniciado recordando aos alunos que em anos anteriores já haviam estudado a média, moda e mediana, sendo recordados essas medidas com exemplos simples. É dada a definição de média e exemplificada como a partir das fórmulas se substituem os valores dos exemplos.

Cálculo da média (a partir da informação dada na tabela)

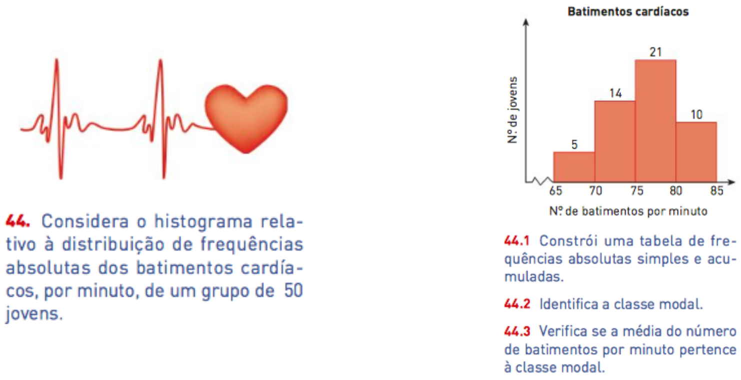
$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{6} n_i \times x_i}{N} = \frac{3 \times 1 + 2 \times 2 + 1 \times 3 + 1 \times 4 + 2 \times 5 + 1 \times 6}{10}$$

$$= \frac{30}{10} = 3$$

Fig. 7.54. Cálculo da média - Novo Espaço – p. 179

A utilização da calculadora gráfica está sempre presente, ou seja, é explicado como utilizar a calculadora gráfica para o cálculo da média. As propriedades da média vão sempre sendo apresentadas com recurso a exemplos e só depois dadas as suas definições.

Relativamente à moda o manual começa por alertar que a moda não se calcula mas sim que se procura o valor da variável, quantitativa ou qualitativa, que ocorre mais vezes. São dados dois exemplos, para localização da moda, de distribuições onde os dados são apresentados graficamente, sendo que nos exercícios de margem que trabalham a moda, estes são sempre para resolver, não vindo os dados agrupados em tabelas.



44. Considera o histograma relativo à distribuição de frequências absolutas dos batimentos cardíacos, por minuto, de um grupo de 50 jovens.

44.1 Constrói uma tabela de frequências absolutas simples e acumuladas.

44.2 Identifica a classe modal.

44.3 Verifica se a média do número de batimentos por minuto pertence à classe modal.

Fig. 7.55. Exercício sobre frequências absolutas e medidas de dispersão - Novo Espaço – Mat A– p. 193.

O estudo da mediana é iniciado com o alerta de que só faz sentido a sua determinação para dados quantitativos. Após a respetiva definição, são dados alguns exemplos para quando o número de dados é impar ou par. O manual avança para dados agrupados em tabelas, com exemplos e exercícios de margem e termina, este ponto com uma tarefa.

A partir do estudo da mediana é feito o estudo dos quartis e diagramas de extremos e quartis, de como se determinam quer analiticamente, quer com recurso à calculadora gráfica. É proposto uma tarefa depois de alguns exemplos e exercícios de margem. O mesmo tipo de abordagem foi feito para o estudo da mediana com dados agrupados em classes.

7.4.5. Medidas de dispersão

O estudo das medidas de dispersão segue a metodologia dos subcapítulos anteriores. A partir de um exemplo é feito um estudo para as medidas de tendência central, levando a concluir que esse estudo por si só não é conclusivo. Começa então o manual a falar, a partir do mesmo exemplo, o que se entende por amplitude , amplitude interquartis, e respetivas definições. Sempre socorrendo-se de um exemplo prático, avança para o desvio médio, variância e desvio padrão, apresentado a suas fórmulas de forma ligeiramente diferente, ou seja, não só a expressão final.

$$s=\sqrt{\frac{n_1\times(x_1-\bar{x})^2+n_2\times(x_2-\bar{x})^2+\ldots+n_k\times(x_k-\bar{x})^2}{N}}\text{, ou seja,}$$

$$s=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k} n_i\times(x_i-\bar{x})^2}{N}}\ .$$

Fig. 7.56. Definição de desvio padrão. *Novo Espaço* (p. 202).

A apresentação dos conteúdos coincidiu sempre com exercícios resolvidos e exercícios de margem. Da mesma forma é explicado como obter as medidas estatísticas recorrendo à calculadora gráfica. É estudada a influência da alteração de dados na média e no desvio padrão, como norma neste manual, com um exemplo, são dados mais alguns exercícios de margem e por fim as propriedades da média e do desvio padrão. Por fim são dadas umas tarefas finais.

7.4.6. Distribuições bidimensionais

Por fim, o estudo da distribuições bidimensionais é iniciado como os anteriores subcapítulos, com a referência a exemplos, tais como a idade e massa corporal, idade e perímetro cefálico, e idade e estatura. Passando então para um exemplo funcional, alertando no entanto que nem sempre a relação entre duas variáveis é do tipo funcional, sustentando esse alerta com dois exemplos.

Não existe verdadeiramente aquilo a que se possam chamar definições, nem que de forma destacada, de e sobre variável estatística bidimensional, diagrama de dispersão, correlação ou coeficiente de correlação. No entanto não é deixado de ser explicado ao leitor o que se entende por cada um desses conceitos. São dados dois exercícios resolvidos e proposto outro para resolver. Num outro exercício resolvido é utilizada a calculadora gráfica na sua resolução. É explicado o que se entende por coeficiente de correlação, sendo neste caso destacada a interpretação da variação do sinal.

- Se $r < 0$, a correlação é negativa. A variação das variáveis é feita em sentidos opostos, isto é, uma aumenta quando a outra diminui.
- Se $r > 0$, a correlação é positiva. A variação das variáveis é feita no mesmo sentido, isto é, uma aumenta quando a outra também aumenta.
- Se $r = 0$, a correlação é nula.

Lembretes

Fig. 7.57. Interpretação do sinal do coeficiente de correlação - Novo Espaço – p. 212

O manual apresenta ainda a fórmula do coeficiente de correlação, sem no entanto dar nenhum exemplo de como se calcula.

Um novo exemplo é dado para a apresentação da reta de regressão, começando por ser representada num gráfico a nuvem de pontos, num outro gráfico é feito passar um reta pela nuvem de pontos, sendo referido que a reta, de regressão, foi obtida com o auxilio da calculadora gráfica. É dado mais um exercício resolvido, sendo a sua resolução feita exclusivamente feita com recurso à calculadora gráfica, outro exercício para resolver, e um conjunto de tarefas sobre distribuições bidimensionais.

O manual termina com um conjunto de questões de escolha múltipla e de resposta de desenvolvimento.

Nas três últimas unidades do capítulo, dedicado à Estatística, foi também observável que ao nível estrutural da linguagem, a prática discursiva se situa no nível descritivo e com uma saturação discursiva baixa. Já no nível textual o discurso situa-se no particular procedimental. Por fim, ao nível dos recursos, o modo de significação mais utilizado é o indexado, sendo também utilizados o modo icónico, fotografia, sempre que são postos exercícios em contexto, tanto na explicação dos conteúdos, quer nos exercícios propostos. Também se observou, embora menos frequente, o simbólico, e em geral só nas definições.

7.4.7. Quadro resumo

Quadro 7.4. Resumo da análise ao manual de Matemática A Novo Espaço Capítulo Estatística

Subtema	Matemática A
1. Estatística – Generalidades	Introdução 1. Domínio Descritivo e DS^-. 2. Particular procedimental. 3. Predominantemente indexado, icónico menos frequente. Tema 1 População e amostra, censos e sondagem, técnicas de amostragem 1. Domínio Descritivo e DS^-, posição subordinada. 2.Particular procedimental. 3. Predominantemente indexado e icónico
2. Organização e interpretação de caracteres estatísticos: (qualitativos e quantitativos)	Tema 2 Variáveis estatísticas 1. Domínio Esotérico e DS^{+-}, posição subordinada. 2. Particular procedimental. 3. Predominantemente indexado. Organização e Representação gráfica 1. Domínio Descritivo e DS^{+-} 2. Abstrato metonímico/Particular procedimental 3. Indexado Tema 3 Medidas de tendência central 1. Domínio descritivo e DS^-, posição objetivada. 2. Particular procedimental. 3. Icónico, indexado e simbólico(raramente). Tema 4 Medidas de dispersão 1. Domínio esotérico e DS^+, posição subordinada. 2. Abstrata e metonímica. 3. Icónico, Indexado e simbólico(raramente).
3.Referência a distribuições bidimensionais (abordagem gráfica e intuitiva)	Tema 5 Dados bidimensionais 1. Domínio descritivo e DS^-, posição objetivada. 2. Particular procedimental/abstrato metonímico. 3. Icónico, Indexado e simbólico(raramente).

7.5. Manual Lisboa Editora – Estatística – A3

O manual de Estatística da Lisboa Editora destinado ao ensino secundário profissional, tem como autores Helena Salomé e Liliana Silva.

7.5.1. Índices e organização

Este manual está organizado, marcadamente, em subcapítulos como se pôde observar a partir do índice e constatar pela figura seguinte.

Fig. 7.58. Índice - Estatística Lisboa Editora – p. 2

O manual possui no início uma “atividade zero”, para relembrar conceitos estatísticos lecionados anteriormente. Depois é iniciado o subcapítulo 1, “Generalidades”. Num primeiro ponto é referido qual o objecto da estatística e o que se entende por estatística descritiva e indutiva, e como só é possível haver inferição a partir de dados, propondo de seguida três atividades de leitura e interpretação de informação estatística.

7.5.2. Introdução, população e amostra, censo e sondagem, e técnicas de amostragem

O ponto 2 deste subcapítulo explica ao leitor o que se entende por população, unidade estatística e por recenseamento ou censo, dando as suas definições. É referido o último censo efetuado em Portugal sendo apresentada parte da informação, sob a forma de gráfico, que se pode recolher com um censo e tecidas algumas questões essa mesma informação. No ponto 3, amostra e sondagem, é explicada razão porque nem sempre é possível inquirir/estudar todos os elementos, e porque se escolhem amostras e se efetuam sondagens, sendo dadas as definições de amostra e sondagem e referido um exemplo apresentado sob a forma de gráfico, sucedendo-se duas atividades para resolver. No seguimento, referem-se os critérios de seleção de amostras e como se classificam. Esta explicação é acompanhada com exemplos.

No ponto 4, variáveis estatísticas, é explicado o que se entende por tal, bem como por variáveis quantitativas e qualitativas, sob a forma de definição. É dado um esquema que exemplifica como se dividem as variáveis, qualitativas ou quantitativas, e se são discretas ou contínuas. A definição de variável quantitativa é complementada com uma informação que ajuda a clarificar a diferença entre contínua e discreta.

Variável quantitativa é uma variável estatística que exprime uma quantidade ou uma medida. Expressa-se por um **valor numérico**.

Uma variável quantitativa pode ser contínua ou discreta. A variável é quantitativa contínua quando pode tomar todos os valores num determinado intervalo de números reais. Caso contrário, a variável é quantitativa discreta.

Fig. 7.59. Variável quantitativa, contínua e discreta - Lisboa Editora – p. 19

São dados alguns exemplos e uma atividade, e para terminar este subcapítulo, tarefas finais.

7.5.3. Análise, representação e redução de dados

O subcapítulo 2, Organização e representação dos dados, começa por explicar como organizar informação de uma variável estatística qualitativa, em tabelas de frequências, absolutas e relativas, sem antes definir o que se entende por cada uma delas. Essa explicação é feita a partir de exemplos, e a própria resolução vai sendo comentada. O manual refere que os dados podem ser representados por gráficos de barras, sugerindo que a sua construção, para além do papel e lápis, pode ser feita recorrendo a uma folha de cálculo. Alerta ainda para os cuidados a ter na sua construção dos gráficos. Também aqui se observou que a construção do gráfico foi comentada. Ilustra neste ponto que a mesma informação pode ser representada por meio de um pictograma ou um gráfico circular, fornecendo as indicações de como os construir.

O estudo das variáveis quantitativas discretas é iniciado da mesma forma, ou seja, a partir de um exemplo, com os dados representados num gráfico de barras. A partir deste são construídas as tabelas de frequências absolutas e absolutas acumuladas, relativas e relativas absolutas, bem como os gráficos de frequências acumuladas e função cumulativa. É disponibilizada uma atividade para se poderem aplicar os conteúdos aprendidos.

Quando se trata do estudo das variáveis quantitativas contínuas, este ponto não foge ao observado nos pontos anteriores, começando por ser dado um exemplo de como construir uma tabela com os dados agrupados em classes. Sendo dadas, e explicadas, todas as indicações que levam à construção da tabela de frequências e do respetivo histograma, dos polígonos de frequências simples e acumuladas e função cumulativa. Não foram deixadas de ser dadas as definições de amplitude e histograma. Bem como também não foram deixadas de ser propostas atividades no final do subcapítulo.

7.5.4. Medidas de tendência central

No terceiro subcapítulo, medidas de localização, ou tendência central, o início deste é um pouco diferente do que se verificou nos subcapítulos anteriores, não sendo dado de início um exemplo. É no entanto explicado a razão de se estudarem e determinarem as medidas de localização. Vai sendo também comentado porque estas medidas tomam este nome, e porque só se calculam estas medidas para dados quantitativos. É dada a definição de média aritmética simples e no seguimento uma atividade para o cálculo da mesma, mas sugerido que a resolução seja feita com recurso à calculadora gráfica, tanto mais, que explicam como proceder para o seu cálculo.

Para o cálculo da média quando os dados estão agrupados é indicado como proceder, não sendo dada definição propriamente dita, nem a fórmula para o cálculo da média. O mesmo se verificando para o cálculo da média para dados agrupados em classes.

Quando a variável em estudo é discreta e os dados estão agrupados, a **média aritmética** ($\bar{x}$) calcula-se:
- multiplicando cada valor da variável pela respetiva frequência absoluta
- somando todos os valores calculados anteriormente
- dividindo o resultado anterior pelo número total de dados.

Fig. 7.60.: Cálculo da média para dados agrupados - Lisboa Editora – p. 48

No primeiro caso é sugerido o seu cálculo, numa atividade proposta, usando a calculadora gráfica. Na segunda atividade, dirigida ao cálculo da média para dados agrupados em classes, é pedido que seja feita sem e com calculadora gráfica. Em ambas é também pedido que sejam construídos os respetivos gráficos e histogramas.

Para além do cálculo da média com a calculadora gráfica, o manual também sugere o uso da folha de cálculo, dedicando algumas páginas a explicar como proceder.

O estudo da moda começa com a sua definição, remetendo para a uma atividade já trabalhada para, a partir daí, explicar como se identifica a moda, dados simples ou agrupados em tabelas. Remete para outra atividade para explicar a classe modal quando os dados estão agrupados em classes. O mesmo caminho foi adotado para a determinação da mediana e da classe mediana. Como se tem verificado em pontos anteriores, as explicações vão sendo acompanhadas de comentários. É também sugerido como determinar as medidas estatísticas com a calculadora gráfica, Texas e Casio. Para completar, é proposta uma atividade.

7.5.5. Extremos e Quartis

O estudo dos quartis, para dados simples, é iniciado com a sua definição e de seguida é dada uma explicação mais pormenorizada do que se entende por quartis, explicação esta complementada com a apresentação de um exemplo e comentários. É referido que a determinação da mediana pode ser feita com as frequências relativas ou com recurso à calculadora gráfica.

Quando os dados são apresentados agrupados em classes, foi escolhida uma tarefa anterior para a explicação do processo matemático de como determinar a classe mediana. A partir desses mesmos dados é construído o gráfico de frequências acumuladas, usado na determinação de um valor aproximado para a mediana. É deixada uma sugestão de trabalho de investigação ao leitor, na qual deverá percorrer as etapas do estudo estatístico para chegar às medidas estatísticas. Para consolidar são deixadas umas atividades.

O diagrama de extremos e quartis é explicado a partir de exemplos simples. É indicado como se obtém este diagrama com a calculadora gráfica, tanto Texas como Casio. Para consolidar são avançadas algumas atividades. Por fim, é também deixado um conjunto de tarefas finais que permite trabalhar todas as medidas de localização.

7.5.6. Medidas de dispersão

No início do estudo do subcapítulo, medidas de dispersão, são referidas as medidas que vão ser estudadas, amplitude variância e desvio padrão. É revisto o que se entende por amplitude dada a definição de amplitude interquartil, com a apresentação de um exemplo. A partir de outro exemplo, é explicado porque por si só a média e a amplitude não são um bom indicador, como foi possível constatar com a amplitude interquartis, que indica diferentes dispersões nos dados. Esta constatação é o ponto de partida para o estudo das medidas de dispersão, variância e desvio padrão.

A partir de uma tarefa, e com recurso à calculadora gráfica, é pedido para o leitor calcular as medidas de tendência central e daí serem retiradas algumas conclusões. Numa outra alínea é pedido que seja calculado o desvio padrão com recurso à calculadora gráfica. É também pedido para se calcular analiticamente o desvio padrão, bastando para isso serem seguidas as indicações.

As fórmulas da variância e do desvio padrão são mostradas para indicar que os cálculos efetuados que levaram à variância e desvio padrão, podiam ser obtidos diretamente a partir das fórmulas. Não sendo no entanto pedido a sua aplicação no cálculo. Quando se trabalha com dados agrupados em classes, o cálculo das medidas de dispersão é feito com recurso à calculadora gráfica. Para finalizar são propostas algumas atividades tarefas finais.

7.5.7. Distribuições bidimensionais

O subcapítulo das distribuições bidimensionais é iniciado com a explicação do que se entende por bidimensional e porque se estuda. Uma tabela com dados de duas variáveis estatísticas é dada, bem como a representação gráfica dos valores. A partir da observação gráfico são tecidas algumas conclusões que indicam que as variáveis estão correlacionadas. É dada então a definição de diagrama de dispersão. É explicado como se pode obter o diagrama de dispersão com a folha de cálculo e calculadora gráfica.

É dada alguma importância ao centro de gravidade. Após a sua definição, é explicado porque é importante a sua determinação. Com recurso à calculadora gráfica são determinadas as suas coordenadas. Centrado nesse ponto desenha-se um referencial e observa-se a distribuição dos pontos pelos quadrantes. E consoante essa distribuição assim se conclui da correlação. Consoante a distribuição dos pontos, segundo os exemplos dados, é explicado porque a correlação é positiva, nula ou negativa, complementa-se esta explicação com a apresentação de um exemplo.

O coeficiente de correlação linear, entre as duas variáveis, é estudado sem ser dada a sua definição nem a fórmula que o permite calcular. No entanto, é explicado que conclusões se podem tirar com o valor do sinal do coeficiente. Com recurso a um esquema é mostrado como o valor da correlação indica o tipo e a intensidade da correlação entre duas variáveis, como se mostra na figura seguinte. A calculadora gráfica é utilizada para o cálculo do coeficiente de correlação. Não é em nenhum ponto deste manual apresentada a fórmula que permite calcular o coeficiente de correlação. No final são propostas algumas atividades.

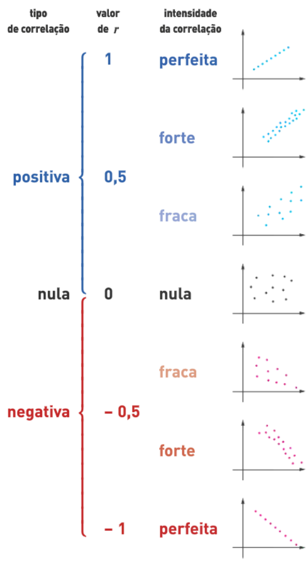


Fig. 7.61. Intensidade da correlação - Lisboa Editora – p. 90

A partir de um exemplo de correlação perfeita é ajustada uma reta a essa nuvem de pontos, e a partir desse exemplo é explicado o conceito de reta de regressão, sendo dada a seguir a sua definição. É explicada a utilidade desta reta acompanhado de exemplos. São deixadas algumas atividades sobre retas de regressão para serem trabalhadas com a calculadora gráfica. Este subcapítulo termina com umas tarefas finais sobre distribuições bidimensionais.

Para terminar esta unidade são deixados uns exercícios globais sobre todos os conteúdos de estatística leccionados, e um trabalho de projeto na área da estatística.

Pôde-se então observar que em termos estruturais da atividade, esta se situa no domínio descritivo, evidenciando em termos de prática uma saturação discursiva baixa, a posição de aquisição é a de subordinado, dado a subjetividade ser mínima.

A nível textual a distribuição da estratégia discursiva situa-se no particular procedimental, não se tendo observado alguma vez outro tipo de estratégia.

Ao nível dos recursos, foi possível observar os três modos significativos. O modo icónico esteve presente por meio de fotografias. O modo simbólico foi observado mas por poucas vezes. Já o modo indexado, foi o modo mais observado tanto por tabelas como por gráfico.

7.5.8. Quadro resumo

Quadro 7.5. Resumo da análise ao manual CP da Lisboa Editora Capítulo Estatística.

Subtema	Matemática CP
1. Estatística – Generalidades	Introdução 1. Domínio Descritivo e DS^-. 2. Particular procedimental. 3. Predominantemente indexado, icónico menos frequente. Tema 1 População e amostra, censos e sondagem, técnicas de amostragem 1. Domínio Descritivo e DS^-, posição subordinada. 2.Particular procedimental. 3. Predominantemente indexado.
2. Organização e interpretação de caracteres estatísticos: (qualitativos e quantitativos)	Tema 2 Variáveis estatísticas 1. Domínio Descritivo e DS^{+-}, posição subordinada. 2. Particular procedimental. 3. Predominantemente indexado, icónico e simbólico (raramente). Organização e Representação gráfica 1. Domínio Descritivo e DS^{+-} 2. Particular procedimental 3. Predominantemente indexado, icónico e simbólico (raramente). Tema 3 Medidas de tendência central 1. Domínio Descritivo e DS^-, posição objetivada. 2. Particular procedimental. 3. Predominantemente indexado, icónico e simbólico (raramente). Tema 4 Medidas de dispersão 1. Domínio Descritivo e DS^+, posição subordinada. 2. Abstrata e metonímica. 3. Predominantemente indexado, icónico e simbólico (raramente).
3.Referência a distribuições bidimensionais (abordagem gráfica e intuitiva)	Tema 5 Dados bidimensionais 1. Domínio descritivo e DS^-, posição objetivada. 2. Particular procedimental. 3. Predominantemente indexado, icónico e simbólico (raramente).

Capítulo 8

Comparação de manuais — Trigonometria

8.1. Programa de Trigonometria

O capítulo dedicado à Trigonometria, no programa de Matemática A (DGIDC, 2002), transita do programa anterior à reforma operada no final da década de 80. Neste programa é lecionado no 11º, no capítulo Geometria II, e no 12º ano no capítulo Trigonometria. No programa de Matemática CP, a Trigonometria é unicamente leccionada nos cursos de trezentas horas, sendo o módulo A4, coincidindo em geral com o 11º ano.

Pode-se constatar que embora os programas de Matemática A e Matemática CP atribuam diferentes grandes títulos, Trigonometria e Funções Periódicas respetivamente, os programas organizam o capítulo em torno de quatro subtemas: Resolução de problemas que envolvem triângulos, Ângulo e arco generalizados; Funções seno, cosseno e tangente. Para este estudo, serão só observados os subtemas, funções trigonométricas equações trigonométricas. (Quadro 2.1)
Os conteúdos são transversais aos dois programas. Pode-se observar que, aparentemente, o programa de Matemática CP aponta para um maior detalhe na leccionação de alguns conteúdos. Mas quando se observam as sugestões metodológicas, estas são mais extensas no programa de Matemática A.

O programa de Matemática A organiza em torno de quatro subtemas: Resolução de problemas que envolvem triângulos, Ângulo e arco generalizados; Funções seno, cosseno e tangente e, Equações trigonométricas. Para este estudo, serão só apreciados os subtemas, funções trigonométricas e equações trigonométricas.

Quadro 8.6. Conteúdos programáticos de Matemática A e CP.

Trigonometria	
Matemática A	**Matemática CP**

Funções Trigonométricas
 	
• Funções seno, cosseno e tangente:
  o Definição;
  o Variação (estudo no círculo trigonométrico);
 	
Equações trigonométricas
  o Equações trigonométricas simples
	Funções Periódicas
	
	• Funções Periódicas;
	• Funções trigonométricas:
	  o Domínios;
	  o contradomínios, etc.
	• Gráficos das funções:
	  o Seno;
	  o Cosseno;
	  o tangente.
	
	Equações trigonométricas
	  o Equações trigonométricas elementares

Silva e outros, 2001	Martins e outros 2005

8.2. Manual Porto Editora

Nas páginas seguintes podemos encontrar a análise comparativa efetuada para o capítulo dedicado à Trigonometria, mais particularmente nos subcapítulos dedicado às funções trigonométricas e às equações trigonométricas. aos manuais da Porto Editora dos autores Maria Augusta Ferreira Neves, Albino Pereira, António Leite, Luís Guerreiro e M. Carlos Silva, para a Matemática A e para a Matemática CP, segundo a Teoria da Atividade Social (TAS) de Dowling (1998).

Ao compararmos os dois manuais da Porto Editora pode-se no imediato constatar a diferença na qualidade do papel empregue, de melhor qualidade, bem como na palete de cores aplicada, mais variada e viva, no manual de matemática A.

8.2.1. Índices e organização

Passando a uma análise de conteúdo, já de acordo com a TAS, pode-se observar que o manual de matemática CP apresenta uma organização diferente do índice, fazendo-o por temas e subtemas, enquanto o manual de matemática A dá-lhe uma disposição mais linear, não havendo uma marcação clara entre conteúdos, aparentando uma maior sequencialidade.

O manual de matemática A divide o capítulo em quatro subcapítulos: ângulo e arco generalizado; círculo trigonométrico, razões trigonométricas de um ângulo generalizado e relações trigonométricas; funções trigonométricas e por fim, Equações trigonométricas, como se observa na figura 8.1. Já o manual de matemática CP organiza este capítulo em cinco temas, que por sua vez os subdivide em Teoria 1, Teoria 2, ..., consoante o número de conteúdos a lecionar, conforme se pode observar na figura 8.2.

Fig. 8.1. Índice do manual de Matemática A p. 8

Sendo estes cinco temas a: Resolução de problemas envolvendo triângulos rectângulos; Generalização da noção de ângulo e arco. Razões trigonométricas generalizadas; Funções trigonométricas e Equações trigonométricas; Coordenadas polares e por fim , Resolução de problemas escolhendo o modelo mais adequado à situação descrita.

Pode-se observar, como nos conteúdos programáticos das duas disciplinas, que o índice do manual de matemática CP é mais compreensivo que o de matemática A. Este último ordena unicamente os conteúdos, não apresentando como se subdivide dentro de cada subcapítulo.

TEMA 1	Resolução de problemas envolvendo triângulos retângulos	
Teoria 1.	Razões trigonométricas de um ângulo agudo	8
Teoria 2.	A calculadora gráfica e as razões trigonométricas	10
Teoria 3.	Resolução de problemas usando razões trigonométricas	12
Teoria 4.	Resolução de problemas geométricos usando razões trigonométricas	14

Fig. 8.2. Índice do manual de Matemática CP p. 3

No início do subcapítulo são traçados os objetivos para o estudo: "Estudar as funções trigonométricas como funções reais de variável real; determinar o período e a amplitude de uma função trigonométrica e, resolver problemas envolvendo funções trigonométricas."

8.2.2. Funções trigonométricas

O manual de Matemática A inicia o estudo das funções trigonométricas com uma atividade inicial onde a partir de "um modelo geométrico do leme", um ponto material P situado sobre o leme ao deslocar-se com o mesmo, são consideradas as sucessivas amplitudes e respetivas ordenadas desse ponto. É feita a representação gráfica desses pontos. A partir da representação gráfica são feitas retiradas algumas considerações sobre as propriedades da função representada bem como são colocadas algumas questões sobre o representado. Com os pontos obtidos é sugerido, com recurso à calculadora gráfica, a confirmação que esses pontos são coincidentes para a função seno.

É então feito o estudo analítico completo, separadamente, para as funções seno, cosseno e tangente. Não existe verdadeiramente uma definição de função seno, bem como cosseno ou tangente, como se pode observar na figura 8.3

7.1. Função seno

Seja f a função que no círculo trigonométrico a cada amplitude x, **em radianos**, faz corresponder o número real $\sin x$.

$$f : x \mapsto \sin x$$

Fig. 8.3. Definição de função seno A - p. 55.

São propostos alguns exercícios para resolver à medida que vai sendo feito o estudo das funções trigonométricas, e no final do subcapítulo são deixadas algumas as atividades de aplicação que mobilizam na mesma questão diferentes conteúdos. Por fim, tem-se a "Avaliação 3", onde são dados dois tipos de questões, de resposta fechada e de resposta aberta. As questões de resposta aberta são colocadas sob a forma de problemas.

Já no manual de matemática CP é feita uma abordagem diferente, relativamente ao de Matemática A. A partir do círculo trigonométrico é feita uma correspondência entre arcos de circunferência, como medidas de comprimento, e razões trigonométricas de um número real. É sugerida a calculadora gráfica para a representação gráfica das funções seno, cosseno e tangente. É proposto um exercício onde, com o recurso à calculadora gráfica, sejam obtidos os gráficos de cinco funções reais de variável real. São dadas as expressões analíticas, , onde aparece a função seno, cosseno e a tangente, bem como o respetivo gráfico. Neste exercício devem ser obtidas as mesmas representações gráficas como as que são dadas com a expressão analítica.

No manual de matemática CP, com base nas representações gráficas das funções seno, cosseno e tangente, é questionado se as funções trigonométricas, em $\mathbb{R}$, são contínuas? São então apresentadas as conclusões, como se observa na figura 8.4

As funções $y = \sin x$ e $y = \cos x$ são contínuas em $\mathbb{R}$.

A função $y = \tan x$ não é contínua em $\mathbb{R}$, mas é contínua em todos os intervalos do tipo:

$$\left]-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi\right[, k \in \mathbb{Z}$$

Fig. 8.4. Definição de função contínua – Manual de Matemática CP - p. 38

O estudo completo das três funções é feito a partir das representações gráficas, e apresentado de forma resumida em quadros, observável na figura 8.5.

Função	Domínio	Contradomínio	Máximo	Mínimo	Zeros
$y = \sin x$	$\mathbb{R}$	$[-1, 1]$	1 para: $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$	-1 para: $x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$	$x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$
$y = \cos x$	$\mathbb{R}$	$[-1, 1]$	1 para: $x = 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$	-1 para: $x = \pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$	$x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$
$y = \tan x$	$\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$	$\mathbb{R}$	Não tem	Não tem	$x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Fig. 8.5. Quadro resumo – Propriedades das funções trigonométricas – Manual de Matemática CP - p. 38

São dados exemplos, sob a forma de exercícios resolvidos, que abordam o estudo de funções. As resoluções são feitas exclusivamente com recurso a representações gráficas. São propostos exercícios para resolver, sobre o estudo de funções. Em todos é dada a expressão analítica, bem como o respectivo gráfico, sendo no entanto, sempre pedido em uma das questões que obtenha o gráfico dado.

Em termos *estruturais* pode afirmar-se que o manual de Matemática A, no subcapítulo das funções trigonométricas, vê situada a apresentação dos conteúdos no domínio esotérico, no entanto os exercícios propostos encontram-se repartidos pelos dois domínios, ou seja, tanto no domínio descritivo como no domínio esotérico. Já o manual de Matemática CP faz também ele a apresentação dos conteúdos no domínio esotérico, verificando-se igualmente que os exercícios propostos se situam nesse domínio.

Ambos os manuais fazem a apresentação dos conteúdos no domínio esotérico, existindo no entanto diferenças em termos de saturação discursiva. Ou seja, o manual de matemática A apresenta uma saturação discursiva mais elevada, não fazendo a exposição dos conteúdos recorrendo a um Português corrente, situando a sua voz mais perto do autor, criando numa leitor uma posição de aprendiz. Como o discurso do manual de matemática CP apresenta uma saturação discursiva baixa, cria no leitor uma posição subordinada.

Em termos *textuais* foi possível observar que o manual de Matemática A situa o seu discurso no domínio procedimental. Igual observação pôde ser feita no manual de Matemática CP. O desenvolvimento da apresentação dos conteúdos, quer num, quer noutro manual, embora tenha sido classificado como procedimental, dado a explicação ser feita a partir de exemplos, são no entanto exemplos que podem ser a representação de uma qualquer situação, ou seja, são exemplos abstractos.

Dos *recursos*, houve aqui diferentes usos dos modos de significação nos diferentes manuais. O manual de matemática CP faz um maior uso do modo icónico, recorrendo ao desenho, por uma vez, e à fotografia, esta em maior número, ou seja, por seis vezes. Já o manual de Matemática A, no modo icónico, não faz qualquer uso do desenho, sendo o recurso à fotografia feito por três vezes. Para o manual de matemática CP, no modo indexado, são usadas tabelas por uma única vez, verificando-se o uso de gráficos por cinco vezes. No manual de Matemática A não se observou o uso de tabelas, já o uso de gráficos foi feito por seis vezes. Por fim, o modo de significação icónico pode-se dizer que se encontra ausente do manual de matemática CP, ou seja verifica-se uma ausência do uso de símbolos ou linguagem simbólica. No manual de matemática A, embora sejam utilizados símbolos, por três vezes, foi observável que expressões simbólicas foram substituídas por outras em português corrente.

8.2.3. Equações e inequações trigonométricas

O manual de matemática A inicia o subcapítulo dedicado às equações trigonométricas com uma atividade inicial. Nesta atividade são dadas as representações gráficas de duas funções, $y = 1$ e $y = \sin x$, no mesmo referencial. E é perguntado qual das expressões apresentadas representa “as abcissas dos pontos de interseção dos gráficos das duas funções”.

Apresenta então uma designação para equação trigonométrica como se pode observar na figura 8.6.

Uma equação trigonométrica tem uma incógnita associada a uma expressão trigonométrica.

Fig. 8.6. definição de equação trigonométrica – Matemática A – Porto editora, p. 63

São apresentados diferentes exemplos de equações trigonométricas, sendo feita a sua resolução analítica e gráfica. A partir de cada um dos exemplos apresentados, é feita a generalização para a resolução de equações trigonométricas, como se pode constatar da figura 8.7. Por cada um do tipo de equações é proposta a resolução de várias equações trigonométricas, envolvendo o seno, o cosseno e a tangente.

Resolução de uma equação do tipo $\sin x = a$

- Uma equação do tipo $\sin x = a$ só tem soluções se $a \in [-1\ ,\ 1]$.
- Se $a \in [-1\ ,\ 1]$, existe $\alpha \in [-\pi\ ,\ \pi]$, tal que $\sin \alpha = a$ e $\sin(\pi - \alpha) = a$.
- Se $\sin x = a$, $a \in [-1\ ,\ 1]$ e se α é tal que $a = \sin \alpha$, vem:

$$\sin x = \sin \alpha \iff x = \alpha + 2k\pi \ \vee\ x = \pi - \alpha + 2k\pi\ ,\ k \in \mathbb{Z}\ .$$

Fig. 8.7. Resolução genérica de equações trigonométricas seno – Matemática A – Porto editora, p. 65

No final do subcapítulo dedicado às equações trigonométricas encontram-se “Atividades de Aplicação”, um conjunto de seis problemas que envolvem todos os conceitos estudados ao longo do capítulo, e a “Avaliação 4”, exercícios de resposta fechada e de resposta aberta, em que cada uma das questões tem uma cotação, e que totalizam duzentos pontos. Podendo-se considerar esta “Avaliação 4” uma forma de auto avaliação.

Em termos estruturais foi observado, quer na explicação dos processos matemáticos quer nos exemplos apresentados, que estes são abstratos, ou seja os exercícios podem representar uma qualquer realidade. Portanto, quer isto dizer que o discurso se situa no domínio esotérico. Já os exercícios de avaliação apresentam propostas nos dois domínios, ou seja, tanto no domínio esotérico, como no domínio descritivo. A explicação da resolução de equações trigonométricas não apresenta uma saturação discursiva elevada, não sendo no entanto baixa, dado a explicação do processo de resolução ser feita de forma ligada por elementos frásicos, não por pontos separados. Esta organização frásica situa o leitor junto do autor, atribuindo-lhe uma posição de aprendiz. Já em termos textuais, após a resolução de uma equação trigonométrica, ou seja, num discurso procedimental, é feita uma generalização de como obter as soluções de uma equação trigonométrica seno. Esta generalização é ela também enquadrada num discurso procedimental, bem como o exemplo seguinte e exercícios propostos. Por fim, já ao nível dos recursos, foi possível observar que os mais utilizados são os gráficos, modo indexado, e a fotografia, no modo icónico, este último para reproduzir ecrãs da calculadora. O modo simbólico é utilizado por menos vezes que os anteriores modos. Não deixa no entanto de ser curioso que algumas vezes foi possível observar que expressões que eram apresentadas de forma simbólica, foram substituídas por linguagem corrente.

Em termos estruturais da linguagem o manual de Matemática CP situa o discurso da apresentação e explicação dos conteúdos no domínio esotérico. Também os exercícios e problemas, para resolver, que vão sendo propostos ao longo da apresentação e explicação dos conteúdos se situam nesse domínio. No final do tema é possível observar exercícios e problemas que se situam no domínio descritivo, sendo no entanto muitos desses exercícios adaptados, se não mesmo versão integral, dos exames nacionais de Matemática A. A explicação dos conteúdos é feita recorrendo a português corrente, ou seja, os processos são descritos sem praticamente se recorrer a linguagem matemática. Pode-se então afirmar que o discurso apresenta uma saturação discursiva baixa, situando o leitor numa posição de subordinado relativamente ao autor. Já ao nível textual, este é claramente procedimental, embora a maior parte dos exercícios tenham carácter subjetivo. Como já referido, os exercícios colocados em contexto, são na sua maioria retirados dos exames nacionais de matemática A, possuindo como tal, um grau de dificuldade elevado, levando a afirmar-se as suas resoluções estarão mais perto do não procedimental. Já ao nível dos recursos, os mais predominantes são a fotografia no modo icónico, e o gráfico no modo indexado. Sendo observado ainda o uso do desenho, modo icónico, e tabela, modo indexado, por uma vez. Já em termos simbólicos verifica-se uma ausência significativa e quase total do uso de símbolos ou linguagem simbólica.

8.2.4. Quadro resumo

Quadro 8.7. Resumo da Análise aos manuais de Matemática A e CP da Porto Editora.

Subcapítulo	Matemática A	Matemática CP
1. Funções trigonométricas	1. Domínio Esotérico e DS^{+-}, posição aprendiz. 2. Particular procedimental. 3. Predominantemente Indexado, Icónico e simbólico (raramente)	1. Domínio Esotérico e DS^{-}, posição subordinada. 2. Particular procedimental. 3. Predominantemente indexado, Icónico.
2. Equações e inequações	1. Domínio Esotérico e DS^{+-}, posição aprendiz. 2. Particular procedimental. 3. Predominantemente Indexado, Icónico e simbólico (raramente)	1. Domínio Esotérico e DS^{-}, posição subordinado. 2. Particular procedimental. 3. Predominantemente Indexado, Icónico e simbólico (raramente)

8.3. Manual Novo Espaço

Procede-se agora à análise do manual de matemática A, 1º volume, para o 11º ano, dos autores Belmiro Costa e Ermelinda Rodrigues, publicado pela Porto Editora, segundo a Teoria da Atividade Social de Dowling nos subcapítulos dedicados às funções trigonométricas e equações trigonométricas. Estes autores dedicam um volume ao grande tema da Geometria no Plano e no Espaço II, que comporta a Trigonometria, a Geometria Analítica e a Programação Linear.

8.3.1. Índices e organização

A partir do índice pode-se contatar que os autores dividem o capítulo dedicado à trigonometria em três subcapítulos, Resolução de problemas que envolvam triângulos, Ângulo e arco generalizados e, Funções seno, cosseno e tangente, contrariamente à organização proposta pelo programa de Matemática A, que propõe a divisão em quatro subcapítulos, isto é, dedica um subcapítulo às equações trigonométricas, como se pode observar na figura 8.8

Fig. 8.8. Índice do manual Novo Espaço – p. 3

Ao iniciarmos a apreciação deste manual foi perceptível de imediato a boa qualidade do papel empregue, bem como a palete de cores empregue, variada e viva, e a boa qualidade das imagens.

8.3.2. Funções trigonométricas

O manual inicia o subcapítulo dedicado às funções trigonométricas recorrendo ao círculo trigonométrico, onde faz corresponder “a cada ângulo de amplitude x um e um só valor de $\sin x, \cos x$ e $\operatorname{tg} x$”, referindo que esta correspondência biunívoca pode ser chamada função trigonométrica ou função circular, referindo alguns dos possíveis campos de aplicação no estudo de estudo de fenómenos periódicos. É então dado um exemplo do que se entende por um fenómeno periódico, exemplo recorrente em diversos manuais e provas de avaliação externa, o problema da Roda Gigante, que se apresenta na figura 8.9.

Exemplo 11

Numa certa *roda gigante*, em movimento, a distância h de uma cadeira ao solo é dada por $h = 7{,}5 - 7\cos x$.

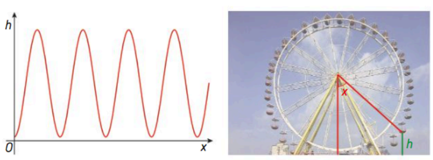


Fig. 8.9. Problema da Roda Gigante Novo Espaço – p. 52

Ou ainda num exemplo mais concreto, num exemplo de aplicação na vida real, como o exemplificado na figura 8.10, fotografia de um gráfico referente a um electrocardiograma.

A periodicidade pode ser observada num eletrocardiograma

Fig. 8.10. Electrocardiograma – Novo Espaço – p. 52.

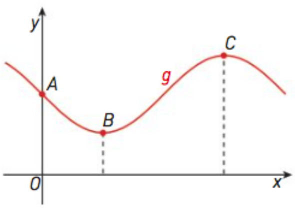
Uma tarefa associa uma roda dentada a um referencial cartesiano. Esta tarefa aborda o movimento da referida roda e um ponto material que sobre ela se situa. Com o movimento desse ponto são introduzidos os conceitos sobre funções trigonométricas, conceitos desenvolvido nas páginas seguintes.

É iniciado o estudo da função seno com “f a função que a cada amplitude x (em radianos) de um ângulo no círculo trigonométrico faz corresponder o número real $sinx$”. Os números obtidos foram representados num referencial, e a partir desta representação gráfica é feito o estudo completo da função seno. É também feito, paralelamente, a representação gráfica da função seno mas com recurso à calculadora gráfica.

Nas margens das páginas do manual, à medida que vai sendo feito o estudo da função seno, vão sendo propostos alguns exercícios que envolvem funções trigonométricas seno, como se pode constatar da figura 8.11.

54. No referencial da figura está representada a função g tal que:

$$g(x) = 2 - \sin x$$



A é o ponto de interseção do gráfico de g com o eixo das ordenadas e nos pontos B e C a função assume, respetivamente, o valor mínimo e o valor máximo.

Determina as coordenadas de A, B e C.

Fig. 8.11. Exercício de margem sobre funções trigonométricas seno – Novo Espaço – p. 55

No final do estudo da função seno é apresentado um quadro resumo que sintetiza os conteúdos apresentados.

Os autores seguem o mesmo procedimento para o estudo das funções cosseno e tangente. No final do estudo das funções seno e cosseno é proposta uma “tarefa” muito compreensiva, na qual é necessário mobilizar todos os conceitos apreendidos. Uma outra “tarefa” é proposta após o estudo da função tangente, tarefa esta na linha daquela referida atrás.

De acordo com a TAS, observou-se que enquanto a apresentação dos conteúdos, os exemplos bem como os exercícios de margem propostos, situam o seu discurso no domínio esotérico, já as “Tarefas” no final do estudo de cada uma das funções trigonométricas situam o discurso no domínio descritivo. Na apresentação dos conteúdos há uma subjetividade potencial na atividade praticada, a saturação discursiva é elevada, situando o leitor numa posição de aprendiz. Já em termos textuais o discurso é abstrato, embora quase procedimental dado que certos conteúdos são apresentados como tal, como se pode observar na figura 8.12

Contradomínio

Qualquer que seja a amplitude x tem-se $\sin x \in [-1\ ,\ 1]$, ou seja, $-1 \leqslant f(x) \leqslant 1$.

O contradomínio de f é $[-1\ ,\ 1]$.

Fig. 8.12. Contradomínio da função seno – Novo Espaço – p. 54

Por fim, ao nível dos recursos, no modo icónico é unicamente utilizada a fotografia, já no modo indexado, tanto foram utilizados gráficos e tabelas, sendo no entanto os primeiros utilizados por mais vezes. Por fim, no modo simbólico, observou-se que algumas expressões foram apresentadas em linguagem matemática, ou seja, verificou-se a utilização de linguagem simbólica, uso de símbolos em substituição do português corrente.

8.3.3. Equações e inequações trigonométricas

O manual não tem um capítulo dedicado às equações trigonométricas. No entanto, dentro do subcapítulo das funções trigonométricas, é feito o estudo das equações trigonométricas.

O manual começa com uma situação problemática, sobre a qual são colocadas algumas questões, que na sua resolução está implicado o conceito de resolução uma de equação trigonométrica, seno. É utilizada, paralelamente, a calculadora gráfica na sua resolução, permitindo uma outra perspetiva da resolução da equações, observável na figura 8.13.

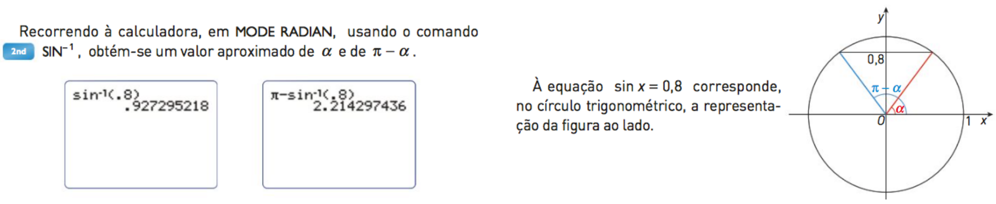


Fig. 8.13. Resolução da equação $sinx = 0{,}8$ – Novo Espaço – p. 64.

Ao mesmo tempo que vão sendo dados alguns exercícios resolvidos, vão sendo dadas algumas equações trigonométricas, seno, para resolver, que se encontram nas margens das páginas do manual. O espaço dedicado às equações trigonométricas, seno, termina com um quadro resumo onde se indica de forma generalizada as soluções passíveis de serem obtidas, tanto na forma sexagesimal como na circular. É proposto mais uma "tarefa" que envolve senos, sendo o tipo de questões proposto de resposta aberta.

Quando são estudas as equações trigonométricas que envolvem cossenos e tangentes, a linha metodológica adotada foi a mesma que a adotada para as equações onde aparecem expressões com senos, ou seja, é posta uma situação problemática que leva à generalização, e paralelamente vão sendo propostos algumas equações para resolver, terminando com uma "tarefa".

O capítulo termina com o “Para praticar”, um conjunto de trinta e uma questões de escolha múltipla e um conjunto de quarenta e seis questões de resposta aberta.

De acordo com a TAS constatou-se que a apresentação dos conteúdos, em termos estruturais da linguagem, é feita no Domínio Esotérico, já os problemas propostos nas “tarefas” encontram-se no Domínio Descritivo. A saturação discursiva aumenta com a apresentação dos conteúdos e exemplos associados, a posição do leitor é a de aprendiz, ou seja , na exposição dos conteúdos verifica-se a existência de uma potencial subjetividade. Já em termos textuais, o discurso é procedimental, embora muitos dos exemplos apresentados sejam subjetivos. Por fim, ao nível dos recursos, o nível icónico está repartido entre o desenho, figuras geométricas, e a fotografia, sendo predominantemente estas ecrãs da calculadora gráfica. No modo indexado o uso de gráficos é o predominante, tendo sido observado também o uso de tabelas. Por fim, observou-se que no subcapítulo dedicado à resolução de equações, houve o recurso a expressões que traduziram a linguagem corrente em linguagem simbólica, ou seja, isto verificado no modo simbólico.

Quadro 8.8. Resumo da Análise ao manual de Matemática A Novo Espaço.

Subtema	Matemática A
1. Funções trigonométricas	1. Domínio Esotérico e DS^{+}, posição aprendiz. 2. Particular procedimental. 3. Predominantemente Indexado, Icónico e simbólico.
2. Equações e inequações	1. Domínio Esotérico e DS^{+-}, posição aprendiz. 2. Particular procedimental. 3. Predominantemente Indexado, Icónico e simbólico (raramente)

8.4. Manual Areal – Matemática A

Procede-se agora à análise do manual de matemática A, "volume P1", para o 11º ano, dos autores Ana Jorge, Conceição Alves, Cristina Cruchinho, Graziela Fonseca, Judite Barbedo e Manuela Simões, publicado pela Editora Areal, segundo a Teoria da Atividade Social de Dowling nos subcapítulos dedicados às funções trigonométricas e equações trigonométricas. Os autores dedicam um volume, P1, ao grande tema da Geometria no Plano e no Espaço II, que comporta a Trigonometria, a Geometria Analítica e a Programação Linear.

8.4.1. Índices e organização

O manual de matemática A editado pela Areal dá uma organização diferente àquela que propõe o programa para a disciplina. Ou seja, organiza o capítulo em quatro subcapítulos, distribuídos por "Razões trigonométricas de um ângulo agudo, Radiano, Razões trigonométricos de um ângulo generalizado e Funções trigonométricas como funções reais de variável real". Não dedica, explicitamente, um subcapítulo à resolução equações trigonométricas, incluindo-as no subcapítulo Razões trigonométricos de um ângulo generalizado.

Fig. 8.14. Índice do manual Matemática A Editora Areal – p. 2

Ao iniciarmos a apreciação deste manual foi perceptível de imediato a boa qualidade do papel empregue. Embora faça um uso variado de cores, acaba no entanto por recorrer muito à cor azul, por vezes em tons muito fortes. É de referir também a boa qualidade das imagens empregues.

8.4.2. Funções Trigonométricas

O manual inicia o estudo das funções trigonométricas com o que chama de "construção da função seno" a partir do círculo trigonométrico, fazendo corresponder a cada amplitude um valor para o seno, ou seja, uma função "que a cada amplitude x faz corresponder a ordenada". Os pontos obtidos são representados num referencial cartesiano sendo feita uma correspondência entre os valores do círculo trigonométrico e a representação gráfica, unindo os pontos traçados por uma linha contínua.

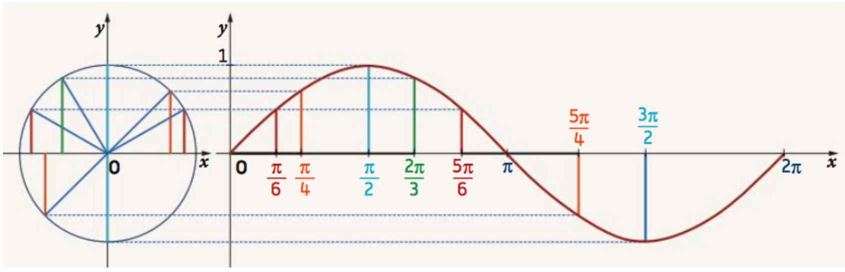


Fig. 8.15.: Construção da função seno – p. 70.

A partir desta representação gráfica é referido que se se quiser prolongar a $\mathbb{R}$, este pode ser conseguido reproduzindo esta secção do gráfico em intervalos de amplitude 2π.

É então considerada a função seno como uma função real de variável real.

É definida a função seno como uma função real de variável real, sendo feito o estudo completo da função, após o que é elaborada uma "síntese de conclusões". O estudo das funções cosseno e tangente é feito na linha do executado para a função seno. À medida que vai sendo feito o estudo das funções, vão sendo igualmente propostos alguns exercícios para resolver, como os que se mostram na figura 8.16.

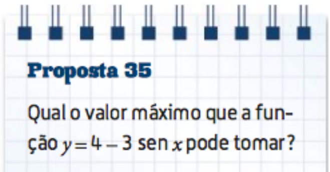


Fig. 8.16. Exercício sobre a função seno – p. 72

Para a função cosseno, "adotando um procedimento semelhante ao usado com o seno". o manual faz a caracterização da função cosseno, a partir do conhecimento da função seno, e sabendo que $\cos x = \mathrm{sen}\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$, é obtido o gráfico da função cosseno, por translação, como se observa a partir da figura 8.17.

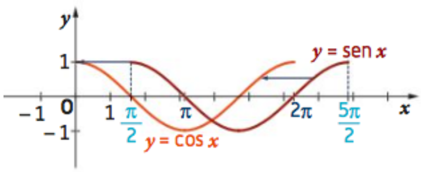


Fig. 8.17. Gráfico da função cosseno, obtido por translação da função seno – p. 73

São propostos alguns exercícios em que deverão ser mobilizados os conteúdos sobre funções seno e cosseno, como se pode constatar da figura 8.18.

Fig. 8.18. Estudo de funções seno e cosseno – p. 73

É por fim feito o estudo da função tangente que adotou o procedimento seguido para a função seno. Ou seja, é também a partir do círculo trigonométrico que é feito o estudo da função tangente, sendo tiradas algumas conclusões sobre as suas propriedades. São igualmente propostos exercícios à medida que os conteúdos vão sendo apresentados, como aquele da figura 8.19.

Proposta 40

Qual o valor mínimo que a função $y = 2\,\mathrm{tg}^2\,x - 1$ pode tomar?

Fig. 8.19. Determinar o mínimo de uma função trigonométrica tangente – p. 74

O subcapítulo termina com um conjunto de "exercícios e problemas resolvidos" e com um conjunto de exercícios, muito compreensivo, para "consolidar".

A observação feita de acordo com a TAS, permitiu ao nível estrutural da linguagem, constatar que tanto na apresentação dos conteúdos como os exemplos utilizados estes são de carácter subjetivo, ou seja, podem representar um qualquer contexto, assim sendo, o discurso situa-se no domínio esotérico. A explicação do processo matemático envolvido é muito descritivo, diminuindo desta forma a saturação discursiva, isto é, apresenta um conteúdo com saturação discursiva elevada como se de um com baixa saturação discursiva se tratasse. A posição estabelecida entre o autor e o leitor é a de aprendiz.

Já em termos textuais, observou-se que ao longo de todo o espaço dedicado às funções trigonométricas, tanto a apresentação dos conteúdos como as resoluções dos exemplos são descritos textualmente em linguagem corrente, ou seja, o discurso é procedimental. Só se observa um discurso abstrato não procedimental, na generalização funções seno, cosseno e tangente.

Por fim, ao nível dos recursos, pode-se afirmar que unicamente foi observado o uso de gráficos e círculos trigonométricos, portanto no modo indexado. O uso de símbolos é elementar, a compreensão da sua utilização não implica o domínio muito aprofundado de linguagem simbólica.

8.4.3. Equações e inequações trigonométricas

O manual da editora Areal não apresenta um subcapítulo dedicado à resolução de equações trigonométricas, estas estão incluídas no subcapítulo, razões trigonométricas de um ângulo generalizado. O manual começa por colocar a "tarefa 13", na qual são colocadas questões em que as suas respostas envolvem a resolução de equações trigonométricas, tarefa representada na figura 8.20.

TAREFA 13

À PROCURA DE SOLUÇÕES PARA UMA EQUAÇÃO TRIGONOMÉTRICA...

Q1 Recorrendo ao círculo trigonométrico, procure as amplitudes de ângulos compreendidas em 0° e 360° que tenham

1.1. seno igual ao seno de 40°.

1.2. cosseno igual ao cosseno de 160°.

1.3. tangente igual à tangente de 65°.

Q2 Recorrendo ao conceito de ângulo generalizado, indique quatro outras amplitudes de ângulos que verifiquem cada uma das condições da questão anterior.

Q3 Recorrendo ao círculo trigonométrico, justifique que, no conjunto das amplitudes, as soluções da equação sen $x = \frac{1}{2}$ são da forma $x = \frac{\pi}{6} + k.\,2\pi \vee x = \frac{5}{6}\pi + k.\,2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

Q4 Recorrendo ao círculo trigonométrico, considere as equações seguintes e determine a expressão geral das amplitudes que as verificam:

4.1. sen $x = 0{,}6$

4.2. $\cos x = \frac{1}{2}$

4.3. $\cos x = -0{,}8$

Fig. 8.20. Tarefa 13 – p. 57

Nas páginas seguintes o manual responde às questões colocadas na “tarefa 13”, sendo esta a estratégia metodológica adotada para a explicação de como resolver equações trigonométricas. É possível observar que a explicação para a resolução de equações trigonométricas é muito detalhada. A resolução das equações trigonométricas é feita com base no círculo trigonométrico, como se pode observar na figura 8.21. A partir do círculo trigonométrico são determinadas “as amplitudes do intervalo $[\,0° \,;\, 360°]$ que tenham seno igual ao seno de $40°$.

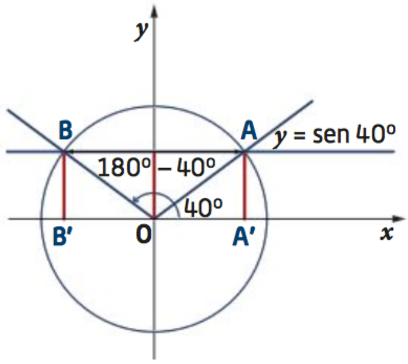


Fig. 8.21. Ângulos com o mesmo seno – p. 58

Fazendo uma generalização a $\mathbb{R}$ é obtida a expressão geral das soluções da equação $senx = sen\,40°$, observável na figura 8.22.

Ou seja, podemos concluir que são solução da equação

$$\text{sen}\,x = \text{sen}\,40^{\circ}$$

todas as amplitudes x tais que

$$x = 40^{\circ} + k.360^{\circ} \vee x = 140^{\circ} + k.360^{\circ}, k \in \mathbb{Z}$$

Fig. 8.22. soluções da equação seno – p. 58

São dados mais exemplos, elementares, de equações trigonométricas, sendo a sua resolução apoiada no círculo trigonométrico, não sendo sugerido, no entanto a utilização da calculadora gráfica. Posto a apresentação de alguns exemplos é feita a generalização, de forma destacada, para todas as equações trigonométricas seno.

Sendo θ uma solução da equação sen $x = r$ pode escrever-se

$$\textbf{sen}\,x = \textbf{sen}\,\theta$$

e a expressão, em radianos, de todas as soluções desta equação é

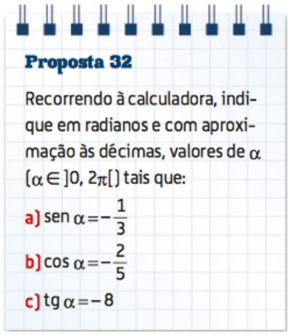
$$x = \theta + k.2\pi \vee x = (\pi - \theta) + k.2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Note que se r não pertencer ao intervalo $[-1, 1]$, a equação sen $x = r$ é impossível, visto que $-1 \leqslant \text{sen}\,x \leqslant 1$, para todo o número real x.

Fig. 8.23. Expressão geral das soluções da equação seno – p. 60.

A forma como é explicada a resolução de equações trigonométricas seno serviu de exemplo às resoluções de equações trigonométricas cosseno e tangente. Á medida que vai sendo feita a explicação dos processos de resolução das equações trigonométricas, vão sendo propostos algumas equações simples para resolver. São propostos alguns “exercícios e problemas resolvidos” e um maior conjunto de exercícios para “consolidar”.

O mesmo processo foi adotado para a resolução de equações que envolvem cossenos e tangentes. Quer os exemplos apresentados, quer os exercícios propostos, não apresentam um elevado nível de dificuldade, sendo de resolução imediata. Um dos exercícios propostos sugere o uso da calculadora, como se observa na figura 8.24, mas como calculadora científica, não sendo abordada a vertente gráfica na resolução de equações trigonométricas.


Proposta 32

Recorrendo à calculadora, indique em radianos e com aproximação às décimas, valores de α ($\alpha \in]0, 2\pi[$) tais que:

a) $\text{sen}\ \alpha = -\frac{1}{3}$

b) $\cos \alpha = -\frac{2}{5}$

c) $\text{tg}\ \alpha = -8$

Fig. 8.24. A utilização da calculadora na resolução de equações – p. 62

No final do subcapítulo, razões trigonométricas de um ângulo generalizado, que inclui as equações trigonométricas, é proposto ao leitor um conjunto de exercícios para resolver. Deste conjunto de exercícios, dois são dedicados às equações trigonométricas, num total de treze alíneas, apresentando estes um grau de dificuldade mais elevado que os anteriormente propostos.

De acordo com a observação feita segundo a TAS, ao nível estrutural da linguagem, foi possível constatar que tanto na apresentação dos conteúdos como os exemplos utilizados são subjetivos, ou seja, podem significar um qualquer contexto, assim sendo, o discurso situa-se no domínio esotérico. A explicação do processo matemático envolvido é muito descritivo, diminuindo desta forma a saturação discursiva, isto é, apresenta um conteúdo com saturação discursiva elevada como se de um com baixa saturação discursiva se tratasse. A posição estabelecida é a de aprendiz.

Em termos textuais, observa-se que ao longo de todo o espaço dedicado às equações trigonométricas, tanto as explicações como as resoluções dos exemplos são descritas textualmente em linguagem corrente, ou seja, o discurso é procedimental. Só se observa um discurso abstrato não procedimental, na generalização das soluções das equações seno, cosseno e tangente.

Por fim, ao nível dos recursos, pode-se afirmar que unicamente foi observado o uso de gráficos, círculos trigonométricos, portanto no modo indexado. O uso de símbolos é elementar, a compreensão da sua utilização não implica o domínio muito aprofundado de linguagem simbólica.

8.4.4. Quadro resumo

Quadro 8.9. Resumo da análise aos manuais de Matemática A Editora Areal

Subtema	Matemática A
1. Funções trigonométricas	1. Domínio Esotérico e DS^{-}, posição aprendiz. 2. Abstrato não Procedimental/Particular procedimental. 3. Predominantemente Indexado, simbólico (raramente).
2. Equações e inequações	1. Domínio Esotérico e DS^{-}, posição aprendiz. 2. Abstrato não Procedimental/Particular procedimental. 3. Predominantemente Indexado, simbólico (raramente).

8.5. Manual Areal – Cursos Profissionais – Funções periódicas – A4

Nas páginas seguintes podemos encontrar a análise efetuada ao manual da Editora Areal dos autores Dolores Ferreira, António Ferreira, Paula Carvalho e José Carvalho para a Matemática CP, segundo a Teoria da Atividade Social de Dowling para o capítulo dedicado à Trigonometria, mais particularmente nos subcapítulos dedicado às funções trigonométricas e às equações trigonométricas.

8.5.1. Índices e organização

Este manual organiza o capítulo dedicado à trigonometria em dois subcapítulos, Trigonometria e Funções Trigonométricas.

Fig. 8.25. Índice do manual Matemática CP Editora Areal – p. 2

No entanto, dentro do subcapítulo Trigonometria encontram-se a resolução de problemas que envolvem triângulos, o Ângulo e arco generalizado, Funções trigonométricas (no círculo trigonométrico) e equações trigonométricas. O subcapítulo que é dedicado em exclusivo às funções trigonométricas, é-o enquanto funções reais de variável real.

Ao iniciarmos a apreciação deste manual pôde-se no imediato constatar a diferença na qualidade do papel empregue, de menor qualidade, que no manual de matemática A da mesma editora, bem como na palete de cores aplicada, menos variada, as cores empregues situam-se em torno do verde, por vezes em tons muito fortes, acabando por dar um aspeto monocromático ao manual. É de referir ainda a boa qualidade das imagens empregues, embora sempre em tons de verde. Por fim foi possível constatar neste manual uma grande densidade de texto por página.

8.5.2. Funções trigonométricas

O manual começa por recordar que já tinha sido feita uma abordagem às funções trigonométricas, no círculo trigonométrico, fazendo a transposição para as funções reais de variável real. Esta ligação é feita de forma textual, como se observa na figura 8.26.

> No círculo trigonométrico a cada ângulo corresponde um e um só número real que é o seu seno (ou co-seno ou tangente). Existe, portanto, uma correspondência biunívoca entre o conjunto das amplitudes dos ângulos e o conjunto $\mathbb{R}$. Pode-se pois definir uma função cujo domínio é o conjunto das amplitudes, cujo conjunto de chegada é $\mathbb{R}$, e que a cada ângulo associa o seu seno (ou co-seno ou tangente).

Fig. 8.26. Correspondência entre razão trigonométrica e função – p. 52

Tendo esta unidade como título Funções Periódicas, o manual faz aqui referência, novamente, à periodicidade nas funções trigonométricas, desta vez com a definição de período, como se pode observar na figura seguinte.

Uma função diz-se periódica de período p se e só se:

$$f(x+kp)=f(x),\ \forall x \in D_f,\ \forall k \in \mathbb{Z}$$

Ao menor valor positivo p que verifica a condição anterior chama-se período positivo mínimo.

Fig. 8.27. Definição de função periódica – p. 52

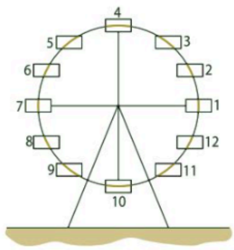
Após o que faz um estudo completo das funções seno, cosseno e tangente. São apresentados alguns exercícios resolvidos, que recebem o nome de "Aplicações", das funções seno, cosseno e tangente. Todos estes exercícios apresentam uma forte subjetividade, dado poderem representar um qualquer contexto.

O manual, após o estudo completo das funções trigonométricas, dedica parte do subcapítulo às "Funções trigonométricas em contexto real". Aqui é feito o recurso a uma grande variedade de exercícios tipo, abarcando muito dos campos de aplicação da trigonometria, desde o problema da roda gigante, figura 8.28, a problemas saídos em exames nacionais, que acabam por ser a sua maioria.

EH.56

Uma roda gigante de um parque de diversões tem doze cadeiras, com um lugar cada uma, numeradas de 1 a 12, onde se sentaram doze jovens.

Depois de todos estarem sentados nas respectivas cadeiras, a roda gigante começou a girar. Um dos jovens, o Rui, ficou sentado na cadeira n.º 1.
No instante em que a roda gigante começou a girar, a cadeira 1 está na posição indicada na figura ao lado.



Sabendo que a distância, em metros, da cadeira 1 ao solo, t segundos após a roda gigante ter começado a girar, é dada por $d(t)=7+5\left(\frac{\pi t}{30}\right)$.

Fig. 8.28. Problema da roda gigante – p. 70

O manual recorda o que se entende por transformações de funções, de uma forma geral, particularizando então para a trigonometria com a modelação de funções trigonométricas. Funções do tipo como as da figura 8.29

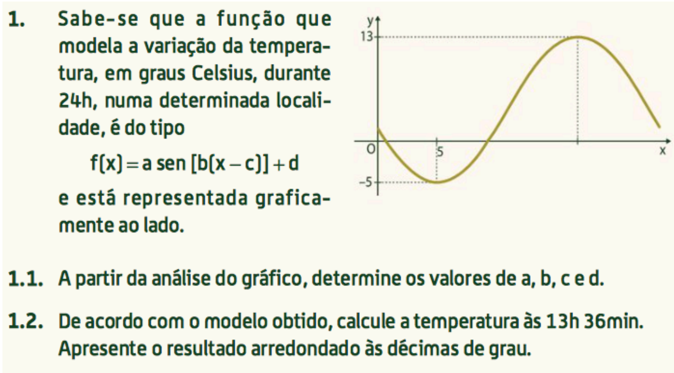
Para modelar estes fenómenos, utilizam-se muitas vezes funções definidas por expressões do tipo

$$f(x)=a\,\text{sen}\,[b(x-c)]+d \quad \text{ou} \quad f(x)=a\cos[b(x-c)]+d,$$

com $a, b \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Fig. 8.29. modelação de funções periódicas – p. 74

É explicado a influência de cada um dos parâmetros *a*, *b*, *c* e *d* no comportamento da função considerada. É dado então um exemplo de modelação de uma função trigonométrica, o exemplo dado modela uma situação em contexto real, a modelação decorre no domínio descritivo, como se pode constatar a partir da figura 8.30.


1. Sabe-se que a função que modela a variação da temperatura, em graus Celsius, durante 24h, numa determinada localidade, é do tipo

$f(x) = a \operatorname{sen} [b(x - c)] + d$

e está representada graficamente ao lado.

1.1. A partir da análise do gráfico, determine os valores de a, b, c e d.

1.2. De acordo com o modelo obtido, calcule a temperatura às 13h 36min. Apresente o resultado arredondado às décimas de grau.

Fig. 8.30. Problema de modelação – p. 76

O manual dedica alguma atenção a como se processa a modelação recorrendo à calculadora gráfica, sendo dado um conjunto de valores aos quais se pretende ajustar uma função do tipo $f(x) = a.sen[b(x - c)] + d$, sendo acompanhada a explicação com ecrãs da calculadora. Nas páginas seguintes são deixados dois exercícios sobre problemas de modelação. O manual, neste subcapítulo, termina com um conjunto de testes de auto avaliação sobre todos os conteúdos leccionados ao longo do módulo.

A apresentação dos conteúdos, bem como os exemplos expostos, é subjetiva, ou seja, podem representar um qualquer contexto. Já os exercícios e problemas propostos, são problemas em contexto, embora sejam quase na sua totalidade retirados dos exames nacionais do ensino secundário de Matemática A. Pode-se então dizer que este manual organiza o seu discurso, em termos estruturais, nos dois domínios, ou seja, entre o domínio esotérico e o domínio descritivo. A apresentação dos conteúdos embora seja feita de uma forma muita descritiva, a linguagem empregue é matemática, exigindo conhecimento do léxico empregue. Como tal pode-se dizer que a organização do discurso apresenta uma saturação discursiva elevada. A relação estabelecida entre autor e leitor é a de aprendiz.

Já em termos textuais pode-se afirmar que o discurso é essencialmente procedimental, tendo-se no entanto verificado que por duas ocasiões este foi abstrato.

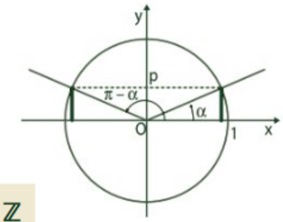
Como já referido, este manual faz a apresentação dos conteúdos de forma muito descritiva, não se socorrendo de recursos visuais. Então, em termos dos recursos utilizados pode-se afirmar que este manual faz uma utilização reduzida dos mesmos, pois apresenta três gráficos, gráficos das funções seno, cosseno e tangente, e cinco fotografias que são ecrãs da calculadora gráfica, estando estas inseridas em exercícios resolvidos.

8.5.3. Equações e inequações Trigonométricas

O manual faz o estudo das equações trigonométricas, às quais dedica pouco espaço, iniciando este com a resolução de “equações com senos”. Refere que com o auxilio do círculo trigonométrico se podem determinar expressões gerais das soluções de equações, no entanto em nenhum dos três exemplos é utilizado o círculo trigonométrico. Este só é apresentado na generalização como se mostra na figura 8.31.

Generalizando, comece por notar que a equação $\operatorname{sen} x = p$ é possível se e só se $p \in [-1, 1]$.

De um modo geral, sendo $\operatorname{sen} x = p$ e $p = \operatorname{sen} \alpha$, com α conhecido, tem-se:



$$\operatorname{sen} x = \operatorname{sen} \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + 2k\pi \vee x = \pi - \alpha + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$$

Fig. 8.31. Generalização das soluções de uma equação seno – p. 47

Com as "aplicações" são deixados alguns exercícios resolvidos de "equações com senos". Esta resolução é feita quer analiticamente quer com recurso à calculadora gráfica. Nas figuras seguintes, é mostrado o procedimento adotado pelo manual na resolução de equações com senos.

1.1. $\operatorname{sen} x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \operatorname{sen} x = \operatorname{sen} \frac{\pi}{3}$

$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \vee x = \pi - \frac{\pi}{3} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \vee x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

Utilizando a calculadora gráfica, também se pode resolver uma equação trigonométrica num dado intervalo.

Começa-se por obter o gráfico das funções definidas por

$y = \operatorname{sen} x$ e $y = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

seleccionando a janela de visualização $[-2\pi, \pi] \times [-2, 2]$.

Fig. 8.32. Resolução de uma equação com seno – p. 47

O estudo das equações com cossenos e com tangentes é feito de modo análogo ao realizado com as equações com senos, havendo no entanto a realçar a ausência de resolução gráfica de equações. Realçasse ainda o facto de serem dadas duas equações resolvidas seno, cosseno e tangente.

Fazendo uma observação de acordo com a TAS, foi possível constatar que o discurso, em termos estruturais, se situa no domínio esotérico aquando da apresentação dos conteúdos. Não existem propriamente exercícios dedicados à resolução de equações, estas surgem no espaço dedicado às funções trigonométricas e são colocadas em contexto de problema. Como tal, as equações propostas para o leitor resolver situam-se no domínio descritivo, sendo no entanto exercícios associados a problemas saídos em exames nacionais.

Os exemplos de resolução de equações apresentados são explicados passo a passo numa explicação detalhada. Assim, do ponto de vista textual o discurso é essencialmente procedimental, só se considerando abstrato aquando da generalização das soluções das equações seno, cosseno e tangente. Esta explicação não se fez acompanhar de muitos recursos, ou seja, na resolução das equações dadas, a utilização de gráficos, círculo trigonométrico, no modo indexado, é aplicada na generalização das soluções das equações. Já a fotografia, no modo icónico, é utilizada na apresentação de ecrãs de calculadora, na resolução de uma equação seno.

8.5.4. Quadro resumo

Quadro 8.10. Resumo da análise ao manual de Matemática CP Editora Areal.

Subtema	Matemática A
1. Funções trigonométricas	1. Domínio Esotérico/Domínio Descritivo e DS^+, posição aprendiz. 2. Particular procedimental/Abstrato não Procedimental. 3. Indexado.
2. Equações e inequações	1. Domínio Esotérico/Domínio Descritivo e DS^+, posição aprendiz. 2. Particular procedimental/Abstrato não Procedimental. 3. Predominantemente Indexado, Icónico.

8.6. Manual Lisboa Editora – Funções periódicas – A4

Nas páginas seguintes encontra-se a análise efetuada ao manual da Lisboa Editora, das autoras Helena Salomé e Liliana dos Prazeres Silva, para Matemática CP, segundo a Teoria da Atividade Social de Dowling para o módulo A4, dedicado à Trigonometria, mais particularmente nos subcapítulos dedicado às funções trigonométricas e às equações trigonométricas.

8.6.1. Índices e organização

Este manual organiza o estudo da trigonometria em três subcapítulos, Razões trigonométricas, Círculo Trigonométrico e Movimentos periódicos – Funções trigonométricas. As equações trigonométricas estão inseridas no subcapítulo do Círculo trigonométrico, já as funções trigonométricas inserem-se no subcapítulo dedicado às funções periódicas, como se pode verificar pela figura 8.33.

Fig. 8.33. Índice do manual Matemática CP Lisboa Editora – p. 3

Ao ser iniciada a apreciação a este manual foi possível constatar a boa qualidade do papel empregue. Apresenta uma palete de cores variada, não sendo empregues tons fortes. Destaca-se ainda a boa qualidade das imagens empregues no manual.

8.6.2. Funções trigonométricas

O manual começa por referir o que são funções periódicas, dando alguns exemplos de funções periódicas, um dos exemplos que refere é o da roda gigante. À roda gigante é então associada ao círculo trigonométrico, e que a cada amplitude corresponde um valor real, seno do ângulo, sendo estes valores representados num referencial cartesiano, formando uma “sinusoide”. Observável na figura 8.34

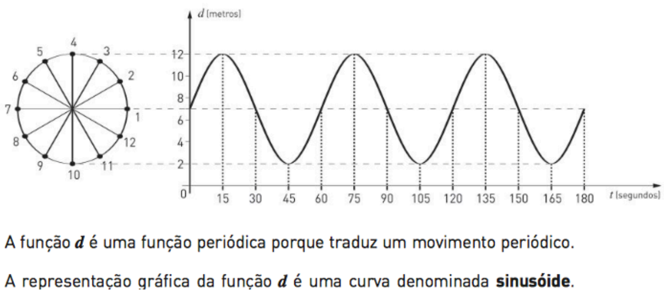


Fig. 8.34. Círculo trigonométrico e representação gráfica – p. 85

É apresentado outro exemplo, representação gráfica, de uma função periódica, que traduz o movimento das marés. Neste exemplo são respondidas algumas questões que abordam a periodicidade, máximos e mínimos, e amplitude.

Recuperando um conceito já leccionado, seno de um ângulo, que refere que “a cada ângulo corresponde um e um só seno: $\propto \rightarrow sen\alpha$; isto é, a cada amplitude de ângulos corresponde um e um só número real (o seno dessa amplitude $\propto$)”, p.87, tem-se assim uma função real de variável real. Estende esta conclusão para o cosseno e tangente, ou seja que também se consideram funções reais de variável real.

É sugerido a instalação do “programa Trigonometria” que permite no mesmo ecrã observar as razões trigonométricas no círculo trigonométrico bem como a representação gráfica das funções trigonométricas.

A partir da representação gráfica da função seno no intervalo $[-2\pi\,;2\pi\,]$ são estudadas as suas propriedades. O gráfico das funções pode ser obtido a partir da calculadora gráfica, deixando o manual instruções como obter esses gráficos tanto para a calculadora Texas como para Casio. São estudadas mais propriedades da função seno sempre a partir de representações gráficas. Após o estudo da função o manual propõe as “Atividade 1” e “Atividade 2”. O estudo completo da função cosseno não é feito com recurso (modo icónico) a tantas representações gráficas. Já a função tangente assume um estudo como o efetuado para a função seno. Após o estudo completo das funções cosseno e tangente, o manual deixa, respetivamente as “Atividade 3” e “Atividade 4” para a função cosseno e a “Atividade 6” para a função tangente.

Foi possível ainda constatar que o manual não apresenta qualquer exercício ou problema resolvido aquando da apresentação dos conteúdos. Nas atividades também não é deixado qualquer exercício resolvido. Assim, o leitor não possui qualquer referência como proceder nos exercícios e problemas que lhe são propostos.

Na perspetiva da TAS, ao nível estrutural, pode-se afirmar que quando é introduzido o conceito de fenómeno periódico o discurso se situa no domínio descritivo, no entanto, quando é feito o estudo das funções trigonométricas o discurso situa-se no domínio esotérico. Em termos organizacionais, o discurso possui uma saturação discursiva elevada, no entanto com a explicação dos conteúdos em linguagem corrente, o discurso é apresentado como se de uma saturação discursiva baixa se tratasse, estabelecendo entre o autor e o leitor uma posição de subordinado.

Já ao nível textual, e também quando é introduzido o conceito de fenómeno periódico, o discurso é procedimental. No entanto quando se passa para a apresentação de conteúdos, aí o discurso é não procedimental.

Por fim, ao nível dos recursos utilizados, no modo icónico, pode-se afirmar que o desenho praticamente não é utilizado, mesmo aí não se verifica código de presença. Já com o uso da fotografia, registaram-se duas diferentes utilizações, uma com código de presença, e outra, sem código de presença, quando são reproduzidos ecrãs da calculadora gráfica.

O modo indexado é aquele que apresenta a maior utilização, particularmente o gráfico, observando-se que na apresentação dos conteúdos foi utilizado muitas vezes, ou seja, a explicação dos conteúdos é muito sustentada na dimensão gráfica. Por outro lado, verificou-se uma total ausência do uso de linguagem simbólica.

8.6.3. Equações e inequações trigonométricas

Este manual não dedica um subcapítulo, como sugerido nas orientações programáticas, às equações trigonométricas, estando o seu estudo enquadrado no subcapítulo do manual dedicado ao Círculo Trigonométrico.

É a partir do círculo trigonométrico, figura 8.35, que o manual vai responder à questão "Quais os ângulos cujo seno é $\frac{1}{2}$?" encontrando os ângulos com a mesma razão trigonométrica. Dá então duas soluções no intervalo de $[\,0\,;2\pi\,]$, acabando por fazer a generalização a $\mathbb{R}$ e a apresentação da "expressão geral das soluções da equação $\operatorname{sen}x = k$". A resolução de equações cosseno e tangente segue a metodologia aplicada na resolução das equações seno.

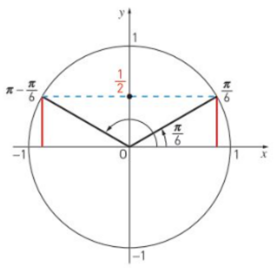


Fig. 8.35. Determinação do ângulo cujo seno é $\frac{1}{2}$. p. 64

Foram sendo, ao longo da apresentação dos conteúdos, dados alguns exemplos, simples, resolvidos, não tendo sido apresentados quaisquer exercícios para resolver. Existindo, no entanto, as atividades 8, 9 , muito compreensivas, dado mobilizarem todos os conteúdos de trigonometria aprendidos.

Feita a análise segundo os três níveis da Teoria da Atividade Social, foi possível observar que ao nível estrutural a explicação dos conteúdos é feita recorrendo a equações elementares, sem no entanto estarem colocadas em contexto, como tal, situam-se no domínio esotérico. Na organização do discurso, os conteúdos, embora encerrem conceitos elaborados, são explicados de forma muito descritiva, ou seja, apresenta uma saturação discursiva baixa, embora os conteúdos sejam de saturação discursiva alta. É estabelecida assim uma relação de subordinado entre o leitor e o autor

Já em termos textuais, o discurso é procedimental, pois ao serem dados diferentes exemplos e explicada passo a passo a sua resolução, para cada um dos exemplos, está a procedimentar o processo.

Neste subcapítulo dedicado às equações trigonométricas, constatou-se que não se verificou um grande acesso aos recursos possíveis de serem aplicados. Isto é, no modo icónico, o recurso utilizado foi a fotografia, na aposição do ecrã da calculadora, não havendo aqui código da presença, unicamente código visual. A resolução analítica das equações foi acompanhada com recurso a gráficos, assim, no modo indexado, o uso de gráficos, foi o único recurso utilizado. Por fim, verificou-se uma ausência de recursos de natureza simbólica.

8.6.7. Quadro resumo

Quadro 8.11. Resumo da análise ao manual de Matemática CP da Lisboa Editora.

Subtema	Matemática A
1. Funções trigonométricas	1. Domínio Esotérico/Domínio Descritivo e DS^{+-}, posição subordinado. 2. Particular procedimental. 3. Predominantemente Indexado/ Icónico.
2. Equações e inequações	1. Domínio Esotérico/Domínio Descritivo e DS^{-}, posição aprendiz. 2. Particular procedimental/Abstrato não Procedimental. 3. Indexado.

Capítulo 9
Comparação de manuais — Função Exponencial e Logarítmica

9.1. Programa de Exponencial e Logarítmica

O capítulo dedicado às Funções Exponenciais e Logarítmicas transita do programa anterior à reforma operada no final da década de 80. No programa atual é lecionado unicamente no 12º ano no capítulo Introdução ao Cálculo Diferencial II.

Pode-se constatar que embora os programas de matemática A e matemática CP atribuam diferentes grandes títulos, Funções exponenciais e logarítmicas e Funções de Crescimento respetivamente, os programas organizam o capítulo em torno de três subtemas: Função exponencial de base superior a 1; Função logarítmica de base a (a>1) e modelação recorrendo a funções exponenciais e logarítmicas.

Quadro 9.12. Conteúdos programáticos de Matemática A e CP.

Exponencial e Logarítmica	
Matemática A	**Matemática CP**

Funções exponenciais e logarítmicas
• Função exponencial de base superior a 1.
  • Estudo das propriedades analíticas e gráficas da família de funções definidas por ; $f(x) = a^x; a > 1$;
 	
• Função logarítmica de base a (a>1).
  • Estudo das propriedades analíticas e gráficas da família de funções definida por $f(x) = log_a x; a > 1$;
 	
• Regras operatórias de exponenciais e logaritmos.
 	
• Utilização de funções exponenciais e logarítmicas na modelação de situações reais.
	Funções de Crescimento
	Modelos contínuos não lineares: exponencial, logarítmico e logístico.
	
	1. Funções de Crescimento
	• Motivação: estudo de situações reais de outras á científicas.
	• Função exponencial de base superior a um.
	  • Estudo das propriedades analíticas e gráfica família de funções definidas por ; $f(x) = a^x; a > 1$
	  • Regras operatórias das funções exponenciai
	  • Crescimento exponencial.
	• Função logarítmica de base a (a>1).
	  • Logaritmo de um número.
	  • Função logarítmica;
	  • Regras operatórias de logaritmos;
	  • Comparação de crescimento de funções.
	2. Resolução de problemas onde seja necessário esc o modelo de funções mais adequado à descrição da situação.

Silva e outros 2001	Martins e outros 2005

Basicamente os conteúdos a serem lecionados são transversais aos dois programas. Pode-se no entanto observar que, aparentemente o programa de matemática CP aponta para um maior detalhe na leccionação de alguns conteúdos.

9.2. Manuais Porto Editora

Nas páginas seguintes podemos encontrar a análise comparativa efetuada aos manuais da Porto Editora dos autores Maria Augusta Ferreira Neves, Albino Pereira, António Leite, Luís Guerreiro e M. Carlos Silva, para a Matemática A e para a Matemática CP segundo a Teoria da Atividade Social de Dowling para o capítulo dedicado às funções exponenciais e logarítmicas.

Ao compararmos os dois manuais da Porto Editora pode-se no imediato constatar a diferença na qualidade do papel empregue, de melhor qualidade, bem como na palete de cores aplicada, mais variada e viva, no manual de matemática A.

9.2.1. Índices e organização

Passando a uma análise de conteúdo, já de acordo com a TAS, pode-se observar que o manual de matemática CP apresenta uma organização do índice diferente, organizando o manual por temas e subtemas, enquanto o manual de matemática A dá-lhe uma organização mais linear, não havendo uma marcação clara entre conteúdos, aparentando uma maior sequencialidade.

O manual de matemática CP organiza este capítulo em cinco temas, que por sua vez os subdivide em Teoria 1, Teoria 2, ..., consoante o número de conteúdos a lecionar, conforme se pode observar na figura 9.1

Fig. 9.1. índice do manual Matemática CP

Já o manual de matemática A ordena os conteúdos, como se pode observar na figura 9.2, como sendo uma sequência, com ligação entre os mesmos.

Fig. 9.2. índice do manual Matemática A

9.2.2. Função exponencial

O manual de Matemática A apresenta uma atividade inicial, com funções algébricas, para ser realizada com a calculadora gráfica, e com funções exponenciais, para que o leitor possa logo à partida aperceber-se de algumas diferenças. Faz uma introdução ao que se entende por função exponencial, dando de seguida a definição.

O manual de matemática CP começa por fazer uma introdução às funções exponenciais dando exemplos da vida real onde isso se verifica, o que não se verifica no manual de matemática A. O estudo propriamente dito da função exponencial segue a estrutura e linguagem empregue no manual de matemática A. Exceção feita na definição, que como se mostra nas figuras seguintes apresentam diferenças .

Uma função que pode ser escrita na forma

$$f(x) = a^x$$

é chamada uma **função exponencial** sendo a e x números reais tais que $a > 0$ e $a \neq 1$.

Fig. 9.3. Definição função exponencial Matemática A – p. 13.

A definição de função exponencial no manual de matemática A apresenta a nível textual uma estratégia menos metonímica que no manual de matemática CP.

Uma função exponencial de base a é definida por uma expressão do tipo $y = a^x$, com $a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$ e $x \in \mathbb{R}$.

Fig. 9.4. Definição função exponencial Matemática CP – p. 10

Ambos os manuais fazem o mesmo estudo dos valores de *a*, mas só o manual de matemática A tece considerações sobre o domínio da função exponencial e apresenta uma definição para tal.

O domínio da função exponencial $f(x) = a^x$ para $a > 0$ e $a \neq 1$ é o conjunto dos números reais.

Fig. 9.5. Domínio da função exponencial Matemática A – p. 14

Os dois manuais apresentam o mesmo exemplo de uma função exponencial, população de bactérias. Apresentado cada deles de seguida questões de verificação distintas, embora tendo por base o mesmo problema.

No manual de matemática CP a questão exige a mobilização de um maior número de conhecimentos.

Verifica 1

Admita que em determinada cultura havia 1 milhão de bactérias às 12 horas do dia 1 de junho de 2007.
Sabe-se que esta população de bactérias aumenta 50% em cada dia.

1.1 Escreva uma expressão analítica que modele a situação.

1.2 Determine o número de bactérias existentes às 12 horas do dia 8 de junho de 2007.
Apresente o resultado, em milhões, arredondado às unidades.

1.3 Recorrendo às capacidades da sua calculadora gráfica resolva o seguinte problema:
A que horas e em que dia o número de bactérias, desta cultura, atingiu os 2,49 milhões?
Apresente o gráfico, ou gráficos, e as coordenadas dos pontos relevantes, arredondados às centésimas, que considerou para resolver esta questão.

Fig. 9.6. População de bactérias - Matemática CP – p. 10

Já no manual de Matemática A, são postas o mesmo tipo de questões mas em menor número.

Questão 1

1.1. Uma população de bactérias aumenta 50% em cada dia. Se no início da contagem havia 1 milhão de bactérias, quantas haverá ao fim de t dias?

1.2. Use a calculadora para obter uma representação gráfica da função $f(t) = 1{,}5^t$.

Fig. 9.7. População de bactérias - Matemática A – p. 14

O manual de matemática CP, antes de fazer o estudo das propriedades exponenciais, propõe uma atividade inicial, com recurso à calculadora gráfica, para o leitor indicar as caraterísticas de algumas funções exponenciais.

Verifica-se que em ambos os manuais fazem exatamente o mesmo estudo intuitivo das funções exponenciais do tipo $y = a^x, a > 1$, apresentando o manual de Matemática A um quadro resumo das propriedades das funções exponenciais.

O manual de Matemática CP faz ainda o estudo, recorrendo a um exemplo e a um exercício proposto, de transformações de funções exponenciais. O manual de matemática A revê as transformações do gráfico de uma função, de forma genérica, fazendo a extrapolação para as funções exponenciais, dando um exemplo e uma questão com alíneas.

O manual de Matemática CP não faz qualquer estudo das funções do tipo $y = a^{-x}, a > 1$, como o efetuado pelo manual de Matemática A, mas propõe exercícios de verificação, após o estudo das regras operatórias das funções exponenciais, onde este tipo de funções surge, embora de forma não explícita.

O manual de Matemática A termina o estudo dedicado às funções exponenciais, sintetizando num quadro as suas propriedades, quer das funções exponenciais, da forma $y = a^x, a > 1$ quer as da forma $y = a^{-x}, a > 1$, como se observa da figura 9.7.

A função exponencial $f(x) = a^x$, $a > 0$ e $a \neq 1$, tem as seguintes propriedades:

- $D_f = \mathbb{R}$
- $D'_f = \mathbb{R}^+$ **(a função é positiva em $\mathbb{R}$).**
- **A função é contínua em $\mathbb{R}$.**
- **A função é injetiva.**
- **A função é estritamente crescente se $a > 1$ e estritamente decrescente se $0 < a < 1$.**
- **A reta de equação $y = 0$ é uma assíntota do gráfico da função.**
- **A função não é par nem ímpar.**
- **A função não tem zeros.**

Fig. 9.8. Quadro resumo Função Exponencial - Matemática A – p. 15

Os manuais que ora se analisam, são dos mesmos autores, havendo uma grande proximidade, para o que é apresentado num e noutro manual. Há diferenças na organização dos índices, ambos os manuais apresentam a mesma organização frásica, havendo diferenças na forma como são postas as definições.

Em termos estruturais, tanto o manual de Matemática A como o manual de Matemática CP alternam, em termos de Conteúdo, a sua posição, situando-se tanto no Domínio Esotérico como no Domínio Descritivo. É no entanto observável que o texto se encontra mais vezes estruturado no Domínio Esotérico. Em termos textuais quando na apresentação dos conteúdos, o Discurso é predominante abstrato, não procedimental, ou metonímico, bem como na maior parte dos exercícios resolvidos. O discurso chega a ser Particular Procedimental em alguns dos exercícios, e problemas, resolvidos ou propostos. Já em termos dos modos de significação, este é essencialmente indexado ou simbólico, raramente se verifica o modo icónico.

9.2.3. Equações e inequações Exponenciais e Logarítmicas

A resolução de equações, e inequações, exponenciais e logarítmicas, encontra-se distribuída ao longo de todo o capítulo, no manual de Matemática A. Não havendo distintamente um subcapítulo a elas dedicado. São tratadas separadamente as equações e inequações exponenciais, aquando da abordagem das funções exponenciais, e as equações e inequações logarítmicas aquando da abordagem das funções logarítmicas. No final do capítulo são abordados diversos problemas que envolvem funções exponenciais e logarítmicas.

O manual de Matemática CP aborda a resolução de equações e inequações após o estudo das funções exponenciais e das funções logarítmicas, dedicando o subcapítulo "Resolução de equações e inequações no contexto de resolução de problemas". É neste subcapítulo que se aborda a resolução de equações e inequações, bem como a resolução de problemas a elas associados.

O manual de matemática A expõe a resolução de equações e inequações exponenciais de base superior a 1, sugerindo que qualquer função exponencial pode ser reescrita com base superior a 1, como mostrado na figura 9.8.

Para $a>1$,

$$\left(\frac{1}{a}\right)^x = a^{-x},\ \forall x \in \mathbb{R}$$

Fig. 9.9. Função exponencial base a>1 – Manual Matemática A – p. 17.

Propõe ainda o manual de Matemática A, de igual forma, duas questões, com alíneas, para a resolução de equações e inequações.

No manual CP não são propostas, quaisquer atividades para a resolução de equações ou inequações, reservando esse trabalho .

Os dois manuais dedicam algum espaço ao estudo da aplicação das funções exponenciais na modelação de situações reais. O manual de matemática CP não apresenta nenhum exemplo com recurso à calculadora gráfica, nem sugere a utilização da calculadora gráfica ou computador, contrariamente ao manual de matemática A, que propõe, embora num único exemplo, a utilização da calculadora. Todos os exercícios, ou problemas, propostos nos manuais de Matemática A ou de Matemática CP é pedida a sua resolução analítica. Ambos os manuais apresentam exercícios de modelação com enunciados próximos nos temas. No final são propostos como atividades de aplicação, em ambos os manuais, alguns problemas saídos em exames nacionais.

Foi possível observar que os manuais embora apresentem algumas exemplos em comum, a explicação dos processos matemáticos começa, no manual de matemática A, por ser feita sempre no Domínio Esotérico. Já no manual de matemática CP a explicação dos processos matemáticos tanto é feita no Domínio Descritivo como no Esotérico. A figura seguinte é exemplo de como a apresentação de um conteúdo, que não é abordado, explicitamente, no manual de Matemática A – Modelo de crescimento exponencial – é feito no domínio descritivo.

A Ana resolveu dobrar sucessivamente uma folha de papel com 0,125 mm de espessura. Admita que a Ana pode repetir as dobragens quantas vezes quiser.

Copie e complete a seguinte tabela.

Dobragens	Espessura obtida
1	$0{,}25 = 0{,}125 \times 2^1$
2	$0{,}5 \quad = 0{,}125 \times 2^2$
3	$1{,}0 \quad = 0{,}125 \times 2^3$
4	$2{,}0 \quad =$
5	
$\vdots$	$\vdots$
n	$E(n) =$

Fig. 9.10. Exemplo de crescimento exponencial – Manual Matemática CP – p. 18

Concluiu que a espessura obtida ao fim de n dobragens é dada, em milímetros, por $E(n) = 0{,}125 \times 2^n$.

Esta situação descreve um modelo de crescimento exponencial.

Um modelo de crescimento exponencial é definido por uma função do tipo:

$$f(x) = a \times b^x$$

No caso de $b > 1$, a população cresce.

Se $0 < b < 1$, a população decresce.

Fig. 9.11. Modelo crescimento exponencial– Manual Matemática CP – p. 18

Como já anteriormente referido, embora na definição de função exponencial o manual de matemática A, a nível textual, apresente uma estratégia menos metonímica que no manual de matemática CP, no restante subcapítulo observa-se o contrário. A saturação discursiva no manual de matemática A é sempre mais elevada que no manual CP, havendo ainda assim, em poucos conteúdos, saturação discursiva idêntica. O leitor do manual de matemática A tem a sua posição de adquirente como Aprendiz, já o leitor do manual de matemática CP, situa a sua posição de adquirente como Subordinado.

Já a nível textual, o manual de matemática A começa por fazer a apresentação dos conteúdos recorrendo ao uso de símbolos, ou seja, de acordo com uma estratégia de discurso metonímico, passando depois a utilizar uma linguagem próxima do português corrente, isto é, para uma forma de discurso procedimental. Já o manual de matemática CP situa a estratégia de discurso ao nível Procedimental.

Os três modos de significação estão presentes nos dois manuais. Foi possível observar que o manual de matemática CP, nas definições utiliza mais o modo de significação simbólico que o manual A. O modo indexado está presente em ambos os manuais com igual peso. O mesmo se pode dizer do modo icónico, que está presente sob a forma de desenho e de fotografia.

9.2.4. Função logarítmica

O manual de matemática A inicia o estudo das funções logarítmicas por afirmar que esta é a inversa da função exponencial, sem ser, de forma explícita, explicado o conceito de logaritmo. Ao contrário do manual de matemática CP, que introduz o conceito de logaritmo de um número. Nas figuras seguintes pode-se observar como um e outro definem logaritmo.

$$f(x) = a^x$$

$$f^{-1}(x) = \log_a x \quad \text{(ler: logaritmo de } x \text{ na base } a\text{)}$$

$$f(x) = 2^x \; ; \quad f^{-1}(x) = \log_2 x$$

Fig. 9.12. Definição de Logaritmo – Matemática A p. 22

Chama-se **logaritmo de um número positivo** x na base a, com $a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$, ao número y, tal que: $a^y = x$ e representa-se por $\log_a x$, ou seja,

$$\log_a x = y \iff a^y = x$$

Fig. 9.13. Definição de Logaritmo – Matemática CP p. 24

Na definição de função logarítmica é aí então possível observar a relação entre exponencial, de forma explícita, e logaritmo, na forma de: $\log_a x = y \iff a^y = x$, como observável a partir da figura abaixo.

Chama-se **função logarítmica** de base $a > 1$ à função

$$f: \mathbb{R}^+ \longrightarrow \mathbb{R}$$
$$x \mapsto \log_a x$$

Fig. 9.14. Definição de função Logaritmo – Matemática CP - p. 22

No manual CP após a definição de logaritmo, são dados alguns exemplos do seu cálculo e deixados alguns exercícios para resolver e de como calcular logaritmos recorrendo à calculadora gráfica.

Já no manual de matemática A, após a definição de logaritmo, são dados alguns exemplos de como calcular logaritmos, e deixados alguns para resolver.

Os dois manuais apresentam definições ligeiramente diferentes de função logarítmica. Como se observa na figura abaixo, no manual de matemática CP, a definição só admite trabalhar, ou o cálculo de , logaritmos de base superior a 1.

Para $a > 0$ e $a \neq 1$, a função logarítmica com base a representa-se por:

$$f: x \mapsto \log_a x$$

sendo:

$$\log_a x = y \iff a^y = x$$

Fig. 9.15. Definição de Função Logaritmo – Matemática A - p. 23

Ao invés do manual de matemática A, que admite na sua definição que os logaritmos possam ser de base superior a um e de base entre zero e um, como mostra a figura.

Os dois manuais destacam os logaritmos de bases especiais, 10 e *e*, utilizando para isso a calculadora. Propõem também o calculo de logaritmos nessas bases, mas só o manual A indica que devem ser calculados analiticamente.

O manual de matemática CP apresenta a função logarítmica como a função inversa da função exponencial, já o manual de matemática A só posteriormente, depois de apresentada a função logarítmica é que faz um estudo comparativo entre função exponencial e logarítmica. A função logarítmica como inversa da função exponencial. Há todavia a destacar a forma como num e noutro manual esta comparação é feita, ou seja, o manual de matemática A apresenta uma saturação discursiva maior.

O mesmo se verifica quando se estudam as propriedades das funções exponenciais e logarítmicas. Havendo no entanto a ressaltar que no manual de matemática A, também é feito o estudo das propriedades quando a base está compreendida entre zero e um.

A determinação do domínio de uma função logarítmica é feito de forma exatamente igual, num e noutro manual, e feito também com recurso à calculadora gráfica. São propostos os mesmo exercícios num e noutro manual, no entanto o manual de matemática CP propõe uma tarefa de resposta aberta. As propriedades dos logaritmos são explicadas de igual forma, no entanto no manual A é utilizada a calculadora gráfica na demonstração das propriedades. O manual de matemática CP propõe um conjunto de exercícios de verificação e um outro de avaliação, este último adaptado dos exames nacionais e por fim umas atividades de investigação. Enquanto o manual A propõe uma questão com alíneas de aplicação das propriedades.

À imagem do que se verificou com a função exponencial, também com o estudo da função logarítmica foi possível observar que na apresentação das definições o manual de matemática CP apresenta uma saturação discursiva superior, uma linguagem mais metonímica e um uso simbólico superior. Na explicação dos conteúdos ambos os manuais situam a sua atividade no domínio descritivo, no entanto, ao contrário das definições, a saturação discursiva, é aqui superior, no manual de matemática A, posicionando o leitor do manual de matemática A numa posição de aprendiz, enquanto o leitor do manual de matemática CP é posicionado numa posição de subordinado. A estratégia de discurso é em ambos os manuais metonímico na apresentação dos conteúdos e procedimental na exemplificação dos mesmos. Já em termos de recursos utilizados os manuais utilizam os três modos de significação. Neste ponto o manual CP faz um uso superior do modo simbólico nas definições.

9.2.5. Aplicação das funções exponenciais e logarítmicas na modelação de situações reais

O tema 3 do manual de matemática CP é dedicado à resolução de equações e inequações no contexto de resolução de problemas. No início do tema são dados alguns exercícios, resolvidos analiticamente e com recurso à calculadora gráfica, de equações e inequações exponenciais e logarítmicas, e propostos alguns exercícios de verificação. O manual avança para a aplicação das funções exponenciais e logarítmicas na modelação de situações reais com alguns problemas resolvidos, propõe seis problemas, que apelida de avaliação, baseados nos problemas saídos nos exames nacionais e oito atividades com temas diversificados.

Já o manual de matemática A segue uma linha ligeiramente diferente, pois também faz o estudo de funções inversas exponenciais e logarítmicas. Começa então por explicar como se resolvem, analítica e com calculadora gráfica, equações, exponenciais e logarítmicas. O que se entende por função inversa e como se determina. São resolvidas inequações exponenciais e logarítmicas, recorrendo às propriedades das funções exponenciais e logarítmicas, após explicação que estas podem ser aplicadas na resolução analítica de inequações com logaritmos e exponenciais. Na resolução das inequações exponenciais e logarítmicas o manual CP apresenta as propriedades de forma destacada, contrariamente ao manual de matemática A. No entanto, o manual de matemática A apresenta as propriedades para os casos em que as bases estão compreendidas entre zero e um. Neste mesmo manual são dadas duas inequações resolvidas quer de forma analítica quer com recurso à calculadora gráfica.

Já na aplicação das funções exponenciais e logarítmicas na modelação de situações reais. Há também a observar que a par dos exercícios e problemas resolvidos, foram sempre sendo apresentados exercícios ou problemas para resolver, embora em maior número no manual de matemática A.

O uso da calculadora no manual de matemática CP não é tão frequente como no manual A. É prática do manual A o uso paralelo da calculadora gráfica ao longo de todo o capítulo. Em ambos os manuais são dados exercícios e problemas resolvidos e por resolver. O manual CP nos exercícios e problemas que propõe, sob a forma de avaliação, adapta muitos destes de exercícios saídos nos exames nacionais. No manual de matemática A não é indicado que algum seja adaptado de exame nacional, no entanto são muito idênticos na forma aos apresentados no manual de matemática CP.

O manual de Matemática CP dedica o Tema 4 ao estudo da função logística, ou seja, funções da forma $f(x) = \frac{c}{1+ae^{-bx}}$. O manual de Matemática A, não dá destaque a esta função em particular, tratando-a como uma função exponencial, sendo propostos alguns problemas resolvidos e por resolver.

No final do capítulo ambos os manuais propõem um variado tipo de exercícios e problemas, em maior número no manual de matemática A. Este manual apresenta ainda o essencial sobre função exponencial e logarítmica, e por fim propõe uma avaliação sob a forma de questões de escolha múltipla e questões de desenvolvimento.

À imagem do que se verificou com o estudo da função exponencial e logarítmica, também na resolução de equações e inequações foi possível observar que na apresentação das definições o manual de matemática CP apresenta uma saturação discursiva superior, uma linguagem mais metonímica e um uso simbólico superior, relativamente ao observado no manual A. Na explicação dos conteúdos ambos os manuais situam a sua atividade no domínio descritivo, no entanto, ao contrário das definições, a saturação discursiva, é aqui superior, no manual de matemática A, posicionando o leitor do manual de matemática A numa posição de aprendiz, enquanto o leitor do manual de matemática CP é posicionado numa posição de subordinado. A estratégia de discurso é em ambos os manuais metonímico na apresentação dos conteúdos e procedimental na exemplificação dos mesmos.

Já em termos de recursos utilizados os manuais utilizam os três modos de significação. Neste ponto o manual CP faz um uso superior do modo simbólico nas definições.

Embora o manual de Matemática CP dedique mais páginas na apresentação dos conteúdos, o manual de Matemática A apresenta uma maior densidade de texto por página.

Sendo a organização frásica em tudo idêntica num ou noutro manual, a saturação discursiva é mais elevada no manual de Matemática A. A posição do leitor do manual de Matemática A é a de Aprendiz, já no manual de Matemática CP a posição do leitor é a de Subordinado. Ou seja no manual A existe uma subjetividade potencial, já no manual de Matemática CP a subjetividade é mínima.

9.2.6. Quadro resumo

Quadro 9.13. Resumo da análise aos manuais de Matemática A e Matemática CP da Porto Editora

Subtema	Matemática A	Matemática CP
1. Funções exponenciais	1. Domínio Esotérico/Domínio Descritivo e DS^{+}, posição aprendiz. 2. Abstrato não Procedimental ou metonímico / Particular procedimental. 3. Predominantemente Indexado ou simbólico, raro o icónico.	1. Domínio Esotérico/Domínio Descritivo e DS^{+}, posição aprendiz. 2. Abstrato não Procedimental ou metonímico / Particular procedimental. 3. Predominantemente Indexado ou simbólico, raro o icónico.
2. Equações e inequações	1. Domínio Esotérico/Domínio Descritivo e DS^{+}, posição aprendiz. 2. Abstrato não Procedimental ou metonímico. 3. Predominantemente Indexado ou simbólico, raro o icónico.	1. Domínio Esotérico/Domínio Descritivo e DS^{+-}, posição subordinado. 2. Particular procedimental. 3.Predominantemente simbólico Indexado ou, raro o icónico.
3. Funções logarítmicas	1. Domínio Esotérico/Domínio Descritivo e DS^{+}, posição aprendiz. 2. Abstrato não Procedimental ou metonímico / Particular procedimental. 3. Simbólico, Indexado ou icónico.	1. Domínio Esotérico/Domínio Descritivo e DS^{+-}, posição subordinado. 2. Abstrato não Procedimental ou metonímico / Particular procedimental. 3. Predominantemente simbólico, Indexado ou icónico.
4. Equações e inequações	1.Domínio Descritivo e DS^{+}, posição aprendiz. 2. Abstrato não Procedimental ou metonímico / Particular procedimental. 3. Predominantemente Indexado ou simbólico, raro o icónico.	1. Domínio Descritivo e DS^{+-}, posição aprendiz. 2. Abstrato não Procedimental ou metonímico / Particular procedimental. 3. Predominantemente simbólico, Indexado ou, raro o icónico.

9.3. Manual Novo Espaço

Procede-se agora à análise do manual de matemática A, para o 12º ano, dos autores Belmiro Costa e Ermelinda Rodrigues, publicado pela Porto Editora, segundo a Teoria da Atividade Social de Dowling no capítulo dedicado às funções exponenciais e logarítmicas. Estes autores não dedicam um volume a cada um dos temas, ou seja, os conteúdos a leccionar ao longo do 12º ano encontram-se repartidos por dois volumes, referidos como partes I e II. O estudo das funções exponenciais e logarítmicas encontra-se na parte I, sendo o "Tema 2".

9.3.1. Índices e organização

A partir do índice para o Tema 2, Introdução ao cálculo diferencial II, Funções exponenciais e logarítmicas, não é possível observar como se encontram organizados, ao longo do capítulo, os conteúdos a serem leccionados, como se pode observar na figura 9.15. No entanto o programa atribui-lhe a mesma distribuição, havendo lugar a posteriori uma melhor diferenciação dos conteúdos a serem leccionados.

INTRODUÇÃO AO CÁLCULO DIFERENCIAL II

Fig. 9.16. Índice manual Matemática A , Novo Espaço - p. 3

9.3.2. Função exponencial

O autor começa por fazer uma introdução, breve, sobre o que se entende por crescimento exponencial com recurso à lenda do tabuleiro de xadrez, propondo de seguida uma tarefa sobre a evolução exponencial de uma doença. Uma das questões é para ser resolvida com a calculadora gráfica, sendo no entanto, dados os ecrãs da calculadora Texas Instruments, de algumas das etapas da sua resolução. Para outras marcas de calculadoras é referido que poderão consultar umas páginas que se encontram em anexo.

O estudo da função exponencial começa por ser feito para a família de funções exponenciais da forma $y = a^x, a > 0$, sendo dadas algumas representações gráficas de exemplos de funções exponenciais de base superior a um. Não é dada uma definição, clássica, de função exponencial, como se pode observar na figura 9.16. Paralelamente vão sendo dados alguns exercícios, que se encontram na margem da página, para aplicação dos conteúdos apresentados.

As funções definidas por expressões do tipo $y = a^x$ com $a \in \mathbb{R}^+ \backslash \{1\}$ designam-se por **funções exponenciais de base *a***.

Fig. 9.17. Definição função exponencial. Matemática A , Belmiro Costa - p. 139

É feito o estudo completo da função exponencial na forma $y = a^x$, sendo *a* um valor genérico. No entanto, algumas conclusões são reforçadas com exemplos. A par do estudo da função exponencial, vão sendo propostos alguns exercícios, que se encontram nas margens das páginas do manual.

Todos os exercícios ou problemas, quer na apresentação dos conteúdos, quer aqueles que são propostos para o leitor resolver, situam-se no domínio esotérico, ou seja, não se observou qualquer exercício, resolvido ou proposto, em modelação de uma situação ligada ao real, ou seja não é proposta qualquer atividade no domínio descritivo.

4. Seja f a função exponencial definida por:

$$f(x) = -1 + 2^{x+1}$$

Indica o domínio, o contradomínio e uma equação da assíntota horizontal do gráfico da função:

4.1. f ;

4.2. g , sendo $g(x) = 3 - f(x)$;

4.3. h , sendo $h(x) = 2 + f(x-1)$.

Fig. 9.18. Exercício com função exponencial. Matemática A , Belmiro Costa - p. 140

9.3.3. Equações e inequações

Na resolução de equações não é sugerida qualquer técnica na sua abordagem. São simplesmente dados alguns exemplos de equações e sugeridas as suas respetivas resoluções.

EXERCÍCIO

Resolve a equação: $4^x = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Resolução:

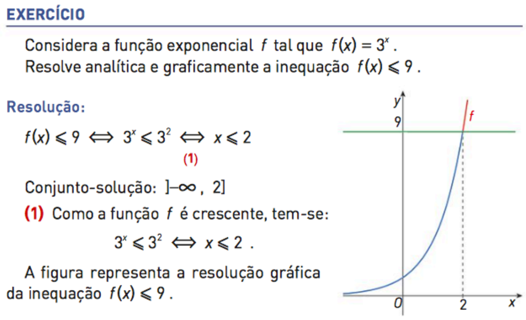
$$4^x = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow (2^2)^x = \frac{1}{2^{\frac{1}{2}}} \Leftrightarrow 2^{2x} = 2^{-\frac{1}{2}} \Leftrightarrow 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{4}$$

O conjunto-solução da equação dada é $\left\{-\frac{1}{4}\right\}$.

Fig. 9.19. Exercício resolvido Função exponencial. Matemática A , Belmiro Costa - p. 139.

Na margem da página são propostos dois exercícios. Um, com doze equações para o leitor resolver. O segundo exercício consiste numa família de funções e são colocadas questões que implicam a resolução de equações exponenciais, mas numa abordagem mais teórica.

A resolução de inequações que envolvem exponenciais segue a mesma abordagem metodológica adotada para a resolução de equações exponenciais. Ou seja, apresenta três inequações, e para cada uma delas é sugerida uma resolução. Aqui, o processo de resolução não é exclusivamente analítico, pois é sugerido a resolução gráfica numa inequação, como sugerido na figura 9.20, e numa outra inequação a representação de uma parábola é utilizada para encontrar o intervalo de soluções admissíveis.


EXERCÍCIO

Considera a função exponencial f tal que $f(x) = 3^x$.
Resolve analítica e graficamente a inequação $f(x) \leqslant 9$.

Resolução:

$f(x) \leqslant 9 \Leftrightarrow \underbrace{3^x \leqslant 3^2}_{(1)} \Leftrightarrow x \leqslant 2$

Conjunto-solução: $]-\infty, 2]$

(1) Como a função f é crescente, tem-se:

$3^x \leqslant 3^2 \Leftrightarrow x \leqslant 2$.

A figura representa a resolução gráfica da inequação $f(x) \leqslant 9$.

Fig. 9.20. Resolução de inequação exponencial. Matemática A , Belmiro Costa - p. 139

Por fim, são deixadas duas tarefas para o leitor resolver, estas duas tarefas são muito compreensivas, que como os exercícios anteriores, quer resolvidos, quer propostos, se situam todas no Domínio Esotérico.

É feita uma comparação entre o crescimento de uma função exponencial com o da potência. A comparação entre funções é feito com recurso à representação gráfica de vários exemplos de uma e de outra, bem como a apresentação das respetivas tabelas de valores. Esta informação é complementada com a apresentação de alguns ecrãs da calculadora gráfica. São também dados alguns exercícios para resolver que abordam a comparação entre funções exponenciais e potências e a resolução de inequações.

O estudo comparativo "feito, em grande parte de forma intuitiva, permite" a apresentação do limite notável entre exponenciais e potências. De forma a que o leitor possa consolidar a aprendizagem, na lateral da página são deixados alguns exercícios para praticar.

9.3.4. Função Logarítmica

A partir de umas questões sobre potências é introduzida a noção de logaritmo. Com recurso à calculadora gráfica são dados alguns exemplos de como calcular logaritmos não naturais. São propostos alguns exercícios para determinar o logaritmo de números reais. É então dada a definição de logaritmo como se observa na figura 9.20. São dados então alguns exemplos de como resolver equações exponenciais que implicam o cálculo de logaritmos.

Dá-se o nome de **logaritmo** de um número positivo x na base a, com $a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$, ao número y tal que $a^y = x$.

$$\log_a x = y \Leftrightarrow x = a^y$$

Fig. 9.21. Definição de logaritmo Matemática A , Belmiro Costa - p. 150

São propostos alguns exercícios para a resolução de equações exponenciais e equações logarítmicas.

A partir do conhecimento que a função exponencial $y = 2^x$ é uma função injetiva, "o que permite concluir que admite função inversa (a função f^{-1})", e da definição de logaritmo, tem-se

$f^{-1}(x) = log_2(x)$, a função logaritmo de base 2. É completado o estudo comparativo entre as duas funções, exponencial e logarítmica, sendo então generalizado para a família de funções $f^{-1}(x) = = log_a(x)$. São propostos alguns exercícios para resolver que envolvem conhecimentos sobre funções exponenciais inversas.

É então realizado o estudo completo da função logarítmica, embora nunca seja dada explicitamente a definição de função logarítmica, como se pode constatar na figura 9.21.

1.2.3. Família de funções do tipo $y = \log_a x$, $a > 1$

Considere-se a família de funções f definidas por:

$$f : \mathbb{R}^+ \longrightarrow \mathbb{R}$$
$$x \mapsto \log_a x \; ; \; a > 1$$

Fig. 9.22. Definição de função logarítmica - Matemática A , Belmiro Costa - p. 150.

O estudo vai sendo complementado com a proposta de exercícios nas margens das páginas do manual. À imagem do já observado em páginas anteriores do manual, não são apresentados quaisquer exercícios ligados ao real, ou seja, o discurso situa-se no domínio esotérico.

Feito o estudo da função logarítmica, é proposto a resolução de uma tarefa que envolve áreas e perímetros de figuras planas com as propriedades operatórias dos logaritmos, onde os alunos devem estabelecer conjeturas sobre as propriedades dos logaritmos.

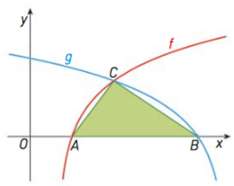
São apresentadas as regras operatórias dos logaritmos, não sendo dados quaisquer exemplos de aplicação das regras. Paralelamente à apresentação das regras, o manual propõe exercícios de emprego das mesmas. É deixada uma tarefa onde o leitor deve aplicar as regras operatórias dos logaritmos. Os exercícios desta tarefa apresentavam um grau de dificuldade superior aos que foram dados com as regras operatórias.

9.3.5. Equações e inequações logarítmicas

A resolução de equações e inequações que envolvem logaritmos é feita sem qualquer referência teórica, ou qualquer indicação metodológica. São dados exemplos de diferentes equações e inequações com as respetivas resoluções. Nas margens do manual vão sendo dadas equações e inequações para resolver.

46. No referencial da figura encontram-se representadas as funções f e g tais que:

$f(x) = 1 + \log_2(x-1)$ e
$g(x) = \log_2(7-x)$.



Determina a área do triângulo $[ABC]$, utilizando processos analíticos.

Fig. 9.23. Problema que envolve a resoluções de equações logarítmicas. Matemática A , Belmiro Costa - p. 160.

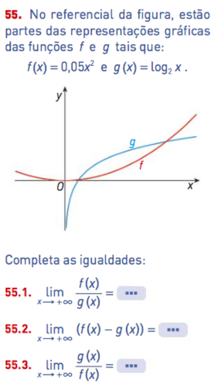
Tendo sido feito o estudo completo das funções exponenciais e logarítmicas, e a resolução de equações e inequações onde aparecem exponenciais e logaritmos é proposta a resolução de uma tarefa muito compreensiva sobre os conteúdos abordados. Esta tarefa é composta por problemas com ligação a situações da vida real.

9.3.6. Comparação do crescimento logarítmico com o da potência

A partir das famílias de funções exponenciais $y = x^a$, logarítmicas $y = log_a x$ e linear $y = kx$ são comparados os respetivos crescimentos. São concretizados os parâmetros *a* e *k*, sendo representados num mesmo referencial as funções logaritmo e linear. A partir das diferentes representações gráficas no mesmo referencial, são retiradas algumas conclusões, e feitas generalizações sobre o comportamento das funções.

É incorporado no referencial o gráfico da família de funções logarítmicas, sendo então feita a comparação com as outras famílias de funções, potência e linear. Desta comparação resultaram conclusões, que permitem de forma intuitiva, apresentar "alguns resultados relativos a limites".

Como é característica deste manual, é sugerido que as generalizações feitas possam ser aplicadas em exercícios que se encontram nas margens das páginas do manual. Um destes exercícios, mostrado na figura 9.23, mobiliza os conhecimentos sobre funções exponenciais e logarítmicas bem como operações com funções.


55. No referencial da figura, estão partes das representações gráficas das funções *f* e *g* tais que:

$f(x) = 0{,}05x^2$ e $g(x) = \log_2 x$.

Completa as igualdades:

55.1. $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \dots$

55.2. $\lim_{x \to +\infty} (f(x) - g(x)) = \dots$

55.3. $\lim_{x \to +\infty} \frac{g(x)}{f(x)} = \dots$

Fig. 9.24. comparação de funções exponenciais e logarítmicas. Matemática A , Belmiro Costa - p. 166

É proposto um conjunto de tarefas, igualmente muito compreensivas, como a anterior. Este conjunto de tarefas têm por base situações ligadas ao real sendo colocadas diversas questões quer de interpretação de resultados quer questões puramente teóricas.

Este manual dedica alguma atenção ao modelo logístico, função da forma $f(x) = \frac{c}{1+ae^{-bx}}$, que "começa por se aproximar a um crescimento exponencial seguido de uma certa estabilização, isto é, trata-se de um crescimento limitado", sendo uma função utilizada frequentemente no estudo de populações. Este tipo de funções recebe uma maior atenção no programa de Matemática CP, vendo-se refletida essa atenção nos respectivos manuais.

É dado um problema como exemplo de um crescimento de uma população de árvores. A resolução deste problema é feito exclusivamente com recurso à calculadora gráfica, não havendo qualquer processo analítico.

O manual termina com um conjunto de tarefas, na linha das anteriores e por fim o "para praticar", um conjunto de exercícios e problemas que visa mobilizar todos os conteúdos leccionados ao longo da unidade.

Foi então possível observar em termos estruturais que o manual de Matemática A Novo Espaço, apresenta sempre uma classificação forte em termos expressivos, já em termos de conteúdo este é predominantemente forte, ou seja, situa-se essencialmente no Domínio Esotérico, havendo também a registar observações no domínio descritivo. O texto apresenta uma saturação discursiva elevada em termos expressivos, já não tão elevada em termos de conteúdo. O leitor adquire aqui uma posição de Aprendiz, dado existir subjetividade potencial.

Já em termos textuais foi possível observar que a voz é predominantemente abstrata, principalmente não procedimental, passando a procedimental na aplicação dos conteúdos, principalmente na resolução de problemas.

Por fim, ao nível dos recursos, encontram-se presentes os três modos de significação. O menos observado é o icónico, e unicamente a fotografia, a sua utilização prendeu-se com o interesse de colocar o leitor nos problemas apresentados, ou seja verifica-se Código Visual e Código da Presença, não tendo sido observada a utilização de qualquer fotografia na apresentação de conteúdos.

No modo indexado é predominante o uso de gráficos, verificando-se em menor número o uso de tabelas. Predomina o código visual mas já sem código da presença.

Por fim, o modo simbólico é aquele que assegura uma maior predominância. A presença e uso de símbolos é contínua em todo o capítulo observado. Aqui, o código é visual linear, sem código da presença.

9.3.7. Quadro resumo

9.14. Resumo da análise ao manual de Matemática A Novo Espaço.

Subtema	Matemática A
1. Funções exponenciais	1. Domínio Esotérico e DS^+, posição aprendiz. 2. Abstrato não Procedimental / Particular procedimental. 3. Predominantemente simbólico, Indexado e raro icónico.
2. Equações e inequações	1. Domínio Esotérico e DS^+, posição aprendiz. 2. Abstrato não Procedimental / Particular procedimental. 3. Predominantemente simbólico, Indexado e raro icónico.
3. Funções logarítmicas	1. Domínio Esotérico e DS^+, posição aprendiz. 2. Abstrato não Procedimental / Particular procedimental. 3. Predominantemente simbólico, Indexado e raro icónico..
4. Equações e inequações	1. Domínio Esotérico e DS^+, posição aprendiz. 2. Abstrato não Procedimental / Particular procedimental. 3. Predominantemente simbólico, Indexado e raro icónico.

9.4. Manual Lisboa Editora — Funções de Crescimento — A9

Nas páginas seguintes encontra-se a análise do manual de matemática para os cursos profissionais, Funções de crescimento, módulo A9, para o 12º ano, dos autores Helena Salomé, Liliana Silva, Ana Martins e Tiago Dias, publicado pela Lisboa Editora, segundo a Teoria da Atividade Social de Dowling no capítulo dedicado às funções exponenciais e logarítmicas. Como é prática em algumas editoras, também a Lisboa Editora dedica em exclusivo um manual ao módulo A9, funções de crescimento.

9.4.1. Índices e organização

Este manual organiza os conteúdos a leccionar de forma evidente, fazendo a divisão, em termos de índice, entre estudo de funções e resolução de equações e inequações, como se observa na figura 9.24.

Fig. 9.25. Índice manual Matemática CP, Funções de Crescimento – A9, Lisboa Editora-p.3

Os subcapítulos 2 e 3, "Função de crescimento logarítmica" e "Função de crescimento logística", respectivamente, organizam os conteúdos a leccionar como se encontram organizados os conteúdos a leccionar para a "Função de crescimento exponencial", ou seja, repartido por três pontos.

9.4.2. Função exponencial

O manual propõe uma "Atividade 0" onde são mobilizados alguns conhecimentos adquiridos em aprendizagens anteriores, bem como solicita, embora de forma intuitiva, conhecimentos sobre funções exponenciais.

O estudo propriamente dito da função exponencial é iniciado com a recuperação de conceitos sobre crescimentos geométricos, estudado no módulo A8 – Modelos discretos – e refere-se que esse crescimento tanto se pode chamar de crescimento geométrico como exponencial.

A partir de um exemplo de progressões geométricas, mostrado na figura, é

Recorda que a progressão m é a restrição ao conjunto dos números naturais da função real de variável real f: $f(x) = 2^x$, com $x \in \mathbb{R}$

Fig. 9.26. Problema de progressão geométrica - p. 10

feita a ligação entre progressões geométricas e funções exponenciais, referindo-se a mudança de variável natural para variável real, figura 9.25.

Caso A *No final de uma aula de Matemática, a turma tentou resolver o problema matemático do mês:*

"Um frasco contém um casal de melgas. As melgas reproduzem-se e o seu número duplica todos os dias. Se em 10 dias o frasco está cheio, em que dia o frasco esteve meio cheio?"

Quantas melgas estão no frasco ao fim de 10 dias?

Fig. 9.27. problema da população de melgas com variável real – p.11.

São dadas então as propriedades das funções exponenciais, sob a forma de um quadro resumo, sendo de seguida apresentados alguns casos particulares, tais como a função exponencial de base inferior a 1, que se pode reescrever como função de base superior a 1. A partir do problema anterior é feita a generalização a função exponencial, sendo dada sua definição unicamente para bases superiores a 1, sendo tal facto referido explicitamente, embora não seja apresentada a sua justificação.

Sendo $\boldsymbol{a}$ um número real positivo diferente de 1 e $\boldsymbol{x}$ um número real, a função definida por $\boldsymbol{y}=\boldsymbol{a}^{\boldsymbol{x}}$ é a função exponencial de base $\boldsymbol{a}$:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{f}\colon \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ \boldsymbol{x} &\mapsto \boldsymbol{a}^{\boldsymbol{x}} \end{aligned}$$

Fig. 9.28. Definição de função exponencial – p.11.

É proposta a “Atividade 1” que pretende, com recurso à calculadora gráfica ou ao Geogebra, fazer um estudo comparativo de diferentes funções exponenciais, pretendendo-se com e mesmo que o leitor infira intuitivamente algumas das suas propriedades.

$$\boldsymbol{y}=\left(\frac{1}{\boldsymbol{a}}\right)^{\boldsymbol{x}} \Leftrightarrow \boldsymbol{y}=\boldsymbol{a}^{-\boldsymbol{x}}$$

Fig. 9.29. Função exponencial de base inferior a 1– p.15.

Bem como o modelo de crescimento exponencial, que se pode obter a partir da função exponencial

Modelo de crescimento exponencial é uma função $\boldsymbol{f}$ do tipo:

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})=\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{a}^{\boldsymbol{x}}\text{ , com } \boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\in\mathbb{R}^{+}$$

- Se $0<\boldsymbol{a}<1$ a função é decrescente
- Se $\boldsymbol{a}>1$ a função é crescente

Fig. 9.30. Modelo crescimento exponencial– p.15.

É apresentada a função $y=e^{x}$como um caso particular das funções exponenciais. Refere-se que e, número de Neper, “é um número irracional representado por uma dizima infinita não periódica” é o limite da sucessão $\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n}$quando $n\to+\infty$. Com recurso à calculadora gráfica é apresentado a dízima de e bem como a representação gráfica da função $y=e^{x}$. É feita uma resenha histórica sobre números irracionais, e por conseguinte sobre o número de Neper.

São propostas duas atividades, Atividades 2 e 3, para o leitor resolver, sendo a atividade 2 dedicada à função $y=e^{x}$. Já a atividade 3 é uma atividade de modelação recorrendo a um sensor de temperatura que trabalha ligado a uma calculadora gráfica.

As regras operatórias das funções exponenciais são apresentadas sob a forma de atividade e que “tem como objetivo rever algumas noções sobre operações com potências” (p. 23). Depois de resolvida a atividade é apresentado um quadro resumo de todas as regras com um exemplo respetivamente.

Da análise feita segundo os três níveis da Teoria da Atividade Social de Dowling, foi possível observar que em termos estruturais, ao nível da expressão tem uma classificação forte, já em termos de conteúdo foi possível observar que a classificação se reparte entre forte e fraca, sendo no entanto, predominantemente forte. Ou seja, o discurso situa-se na maior parte do tempo no domínio esotérico.

A apresentação de conteúdos é feita com recurso a um exemplo, desta forma o discurso possui uma saturação discursiva baixa, pois apresenta um conteúdo de possível saturação discursiva alta, como se de baixa se tratasse. Embora muito do tratamento dos conteúdos se situe no domínio esotérico, a posição do leitor é de subordinado, pois a subjetividade é reduzida com o decurso da leccionação dos conteúdos.

A organização textual pode dizer-se que se encontra repartida entre o discurso particular e abstrato. Este começa por ser procedimental aquando da apresentação dos conteúdos. As generalizações são feitas no discurso não procedimental, voltando a ser procedimental quer nos exemplos resolvidos, quer nos exercícios propostos. O discurso metonímico é utilizado essencialmente nas definições, e de forma breve, e nas atividades propostas, e aqui também de forma breve.

Já ao nível dos recursos, o modo de significação mais utilizado foi o modo indexado, com a utilização de gráficos. O modo simbólico é também utilizado, mas unicamente nas definições. O modo icónico é igualmente usado, sendo a fotografia o recurso mais utilizado, já o cartoon é utilizado por uma única vez.

9.4.3. Equações e inequações exponenciais

A resolução de equações exponenciais é feito a partir de um exemplo em contexto, ou seja, é posto um problema, que necessita ser equacionado, para que então se possa responder às diferentes questões que possam ser colocadas.

Caso B ***Numa época em que se registou uma grande onda de calor, surgiu uma praga de mosquitos e observou-se que o número de mosquitos aumentava 20% a cada dia. Quando a praga foi detetada estimava-se um número de 200 000 mosquitos.***

Qual será a expressão da função p que permite calcular o número de mosquitos em cada dia, do 1.º ao 5.º dia?

De acordo com o enunciado, sabemos que em cada dia o número de mosquitos é 120% do número de mosquitos do dia anterior. Assim, podemos dizer que a função p tem a seguinte expressão algébrica:

$p(x) = 200\,000 \times 1{,}2^x$ para $1 \leqslant x \leqslant 5$

n.º inicial de mosquitos   120% = 1,2

Fig. 9.31. Problema da praga de mosquitos– p.25.

Equacionado o problema, é colocada uma questão que implica a utilização do modelo obtido. A resposta a esta questão é a resolução de uma equação exponencial, como observável na figura 9.31, resolvida analiticamente.

Ao fim de quantos dias o número de mosquitos é 20×12^4?

Para resolver esta questão, podemos resolver a equação:

$p(x) = 20 \times 12^4$

$200000 \times 1{,}2^x = 20 \times 12^4 \Leftrightarrow$ Dividindo ambos os membros por 200 000

$\Leftrightarrow 1{,}2^x = \dfrac{20 \times 12^4}{200000}$

$\Leftrightarrow 1{,}2^x = \dfrac{2 \times 10 \times 12^4}{2 \times 10^5}$ Escrevendo o denominador em notação científica

$\Leftrightarrow 1{,}2^x = \dfrac{12^4}{10^4}$ Simplificando e aplicando as regras operatórias

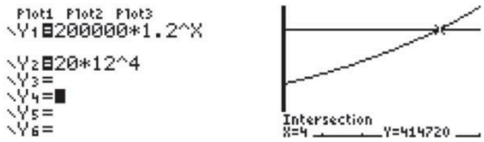
$\Leftrightarrow 1{,}2^x = 1{,}2^4$ $a^x = a^y \Leftrightarrow x = y$

$\Leftrightarrow x = 4$

Fig. 9.32. Resolução analítica da equação – p.25.

A calculadora gráfica é utilizada para apresentar uma resolução alternativa, ou seja, uma resolução gráfica, como se observa na figura 9.32.

Podiamos também obter este resultado graficamente:



O ponto de interseção dos gráficos das funções $Y1$ e $Y2$ é o ponto de coordenadas (4, 414720) que nos indica que ao fim de 4 dias existiam 414 720 mosquitos.
Observa que $20 \times 12^4 = 414\,720$.

Logo, é ao fim de 4 dias que 20×12^4 é o número de mosquitos.

Fig. 9.33. Resolução gráfica da equação– p.25.

Sobre este problema são postas mais algumas questões, sendo de igual forma apresentadas as suas resoluções que analíticas quer gráficas. No final, são deixados dois exemplos, resolvidos analiticamente, de equações exponenciais, já não em contexto, mas sim puramente abstratas, ou seja no Domínio Esotérico.

É ainda apresentado mais um problema, resolvido, em contexto. Sendo no entanto deixados ao leitor um conjunto elevado de exercícios e problemas para resolver. Estes exercícios e problemas tanto se situam no domínio Esotérico como no Domínio Descritivo.

Globalmente, de acordo com a análise feita segundo os três níveis da Teoria da Atividade Social de Dowling foi possível constatar que em termos estruturais, e como referido atrás, a linguagem tanto se situa no domínio esotérico como no domínio descritivo, apresentando as atividades de saturação discursiva elevada como de saturação discursiva baixa se tratassem. A posição de aquisição estabelecida é a de subordinado, pois ao longo do subcapítulo dedicado às equações e inequações é notória a redução da subjetividade, dado os exercícios e por fim as atividades propostas serem em contexto.

Em termos textuais o discurso é fundamentalmente procedimental, sendo o não procedimental reduzido, não se tendo observado outra forma de organização textual.

Por fim, ao nível dos recursos, os modos de significação observados repartiram-se entre o modo icónico e o modo indexado. No modo icónico foram utilizadas exclusivamente fotografias. Já no modo indexado foram utilizados gráficos, por quatro vezes, e tabelas, uma vez.

9.4.4. Função Logarítmica

A introdução ao conceito de logaritmo e por sua vez à função logarítmica, e feita com recurso à mesma situação problemática com que é iniciado o estudo da função exponencial. Mas desta feita o ponto de partida é a questão apresentada na figura 9.33.

E se quisermos saber ao fim de quantos dias existiam 32 melgas dentro do frasco?

Pretendemos, então, calcular o valor de x tal que $2^x = 32$, ou seja, x é o número a que devemos elevar 2 para obter 32.

Fig. 9.34. Resolução gráfica da equação– p.38.

Para a resolução desta questão é apresentado então o conceito de logaritmo, como apresentado na figura 9.34.

Dizemos que x **é o logaritmo de 32 na base 2** e escrevemos $x = \log_2 32$.
Como $2^5 = 32$, então, $5 = \log_2 32$.
Assim, existiam 32 melgas no frasco ao fim de 5 dias.

Fig. 9.35. Resolução da equação com recurso ao logaritmo– p.38.

É tirada então uma conclusão da resolução do problema que permite generalizar para o conceito de logaritmo, como se mostra na figura 9.35.

Sendo a um número positivo, a^x também é um número positivo, qualquer que seja $x \in \mathbb{R}$. Então $b = a^x$ é sempre um número positivo, o que quer dizer que só os números positivos é que admitem logaritmo $(\log_a b)$.

Fig. 9.36. Conceito de logaritmo– p.38.

A partir desta generalização é então dada a definição de logaritmo.

Dados dois números positivos a e b, com $a \neq 1$, chama-se logaritmo de b na base a ao número real x a que tem de se elevar a de modo a obter b:

$$a^x = b \Leftrightarrow \log_a b = x$$

Fig. 9.37. Definição de logaritmo– p.38.

São dados alguns exemplos do cálculo do logaritmo de um número, e a partir da definição de logaritmo são dadas algumas das suas propriedades. É referida a importância dos logaritmos de base 10 e e. A Atividade 1, é dedicada unicamente ao cálculo de logaritmos. A Atividade 2 faz uma introdução às funções logarítmicas, a partir da representação gráfica da função exponencial e respetiva tabela, sendo pedido para considerar um conjunto de pontos, a representar num referencial, em que se tenha como abcissa a ordenada da função exponencial, e a ordenada a abcissa da função exponencial, como se observa na figura.

c) Marca, no mesmo referencial, os pontos $(2^x, x)$ da tabela da alínea **a)**.

Fig. 9.38. Definição de logaritmo– p.41.

A partir dessa representação, conclui-se que se obteve assim uma nova função, e ao ser traçado a bissetriz dos quadrantes ímpares, observa-se a simetria entre gráficos. Com esta conclusão é dada a função logarítmica como inversa da função exponencial.

A **função inversa** de uma função exponencial é uma função logarít-mica. Mais precisamente,
$y = \log_a x$, com $x \in \mathbb{R}^+$, é a função inversa
da função exponencial $y = a^x$.

Fig. 9.39. Definição da função logarítmica– p.42.

É sugerido ao leitor que investigue situações reais passíveis de serem modeladas por funções logarítmicas, como se pode observar na figura 9.39

Sugestão de trabalho

Procura exemplos de situações reais que podem ser modeladas por funções logarítmicas, como por exemplo a magnitude de um sismo na escala de Richter, fenómenos relacionados com o som e o pH de uma substância.

Fig. 9.40. Sugestão de trabalho – p.42.

Esta sugestão de trabalho é proposta ao leitor sem este ter um conhecimento aprofundado de que tipo de funções são ajustáveis ao tipo de fenómenos descritos, nem ter sido feito um estudo completo de uma função onde figure a função logarítmica, bem como a influência dos coeficientes no comportamento da função. Estas foram propostas num subcapítulo anterior, sem uma análise detalhada dos seus comportamentos

É então proposta uma atividade para analisar as propriedades das funções logarítmicas, a partir dos gráficos de duas funções, $\ln(x)$ e $\log(x)$. Não é proposto outro tipo de funções. Acabando então por ser feita uma generalização para todas as funções da forma $log_a(x)$. São por fim dados alguns exercícios, simples, resolvidos de aplicação de funções logarítmicas em contexto.

O subcapítulo dedicado às funções logarítmicas foi analisado de acordo os três níveis da Teoria da Atividade Social de Dowling. Assim, ao nível estrutural, foi possível observar que o discurso se encontra repartido entre os domínios descritivo e esotéricos, com maior peso no domínio descritivo, ou seja, com uma classificação fraca em termos de conteúdo. A saturação descritiva vai diminuindo ao longo do subcapítulo, diminuindo paralelamente a subjetividade do discurso. Já em termos textuais, os conteúdos são apresentados de forma procedimental, mas a sua generalização é feita de forma não procedimental. Já o discurso metonímico foi usado por uma única vez. Ao nível dos recursos foram utilizados os três modos de significação, fotografia e cartoon no modo icónico, no modo indexado recorreu-se ao uso de gráficos, sendo que também foi possível observar a utilização de símbolos no modo simbólico.

9.4.5. Equações e inequações logarítmicas

A resolução de equações e inequações logarítmicas é iniciada com exemplos práticos a partir da resolução de situações da vida real, das quais se apresenta um exemplo na figura 9.40, as situações apresentadas são as que se podem encontrar em outros manuais, quer de Matemática A quer para os cursos profissionais. A resolução da equação é feita de duas formas diferentes, ou seja, é feita de forma analítica e com recurso à calculadora gráfica.

Caso B *A massa de uma substância radioativa diminui com o passar do tempo. Supõe-se que, para uma amostra de uma determinada substância radioativa, a sua massa, em gramas, ao fim de t horas de observação, é dada pela função m tal que $m(t) = 15 \times e^{-0,02t}$, $t \geqslant 0$.*

Ao fim de quanto tempo existem 15 gramas da substância radioativa?

O problema pode ser traduzido pela equação $15 \times e^{-0,02t} = 15$ que vamos resolver analiticamente:

$$15 \times e^{-0,02t} = 15 \Leftrightarrow e^{-0,02t} = 1 \Leftrightarrow -0,02t = \ln 1 \Leftrightarrow -0,02t = 0 \Leftrightarrow t = 0$$

Assim, existiam 15 gramas de substância radioativa no início da observação.

Fig. 9.41. Período de decaimento de uma substância radioativa – p.49.

O exemplo apresentado, como já referido, é comum surgir noutros manuais escolares, pois permite colocar um certo número de questões que permite mobilizar os diferentes conteúdos leccionados ao longo da unidade de funções exponenciais e logarítmicas.

São sugeridas algumas atividades para resolver, sete atividades, na linha do tipo de propostas resolvidas apresentadas. Por fim, são avançadas um conjunto de “Tarefas Finais” que envolvem todos os conteúdos leccionados ao longo da unidade.

Neste subcapítulo, só nas “Tarefas finais”, se observou que alguns dos exercícios se encontram no domínio esotérico, de resto, todo o subcapítulo se encontra no domínio descritivo. Em linha com o atrás descrito, em termos textuais o discurso é procedimental em todo o subcapítulo. Por fim, ao nível dos recursos, verificou-se a utilização dos três modos de significação, com particular peso, o modo indexado, na utilização da fotografia.

De referir que o início de todos os subcapítulos teve por base o mesmo problema tendo sido utilizados os mesmos cartoons ao longo de todo o capítulo, representados na figura 9.41.

Fig. 9.42. Cartoons utilizados em todo o capítulo.

9.4.6. Quadro resumo

9.15. Resumo da análise ao manual de Matemática CP da Lisboa Editora.

Subtema	Matemática CP
1. Funções exponenciais	1. Domínio Esotérico e DS^{-}, posição subordinado. 2. Particular procedimental /Abstrato não Procedimental e menos metonímico. 3. Predominantemente Indexado, simbólico e icónico.
2. Equações e inequações	1. Domínio Esotérico e DS^{-}, posição subordinado. 2. Particular procedimental /raro abstrato não Procedimental. 3. Predominantemente Indexado e icónico.
3. Funções logarítmicas	1. Domínio predominantemente Descritivo/ Esotérico e DS^{+-}, posição subordinado. 2. Particular procedimental/Abstrato não Procedimental e raro metonímico. 3.Predominantemente simbólico, Indexado e raro icónico.
4. Equações e inequações	1. Domínio Descritivo e DS^{-}, posição subordinado. 2. Particular procedimental. 3. Particularmente Indexado Simbólico e icónico.

CAPÍTULO 10

Conclusões

O objetivo desta tese centrou-se no desenvolvimento de uma análise comparativa entre os livros do ensino regular e os do ensino profissional dos últimos anos do ensino secundário. Mais especificamente, pretendeu-se determinar como o programa de Matemática A para os cursos científico humanísticos e o programa de Matemática para os Cursos Profissionais (CP) dos currículos portugueses em vigor para o ensino secundário (10 a 12º anos de escolaridade) é transposto em linguagem matemática para os manuais escolares tendo em conta os diferentes público alvo.

De modo a caracterizar a linguagem utilizada nos diferentes livros de texto, o trabalho cruzou um instrumento desenvolvido num trabalho anterior, que analisou os níveis de utilização das calculadoras gráficas em livros de texto (Carvalho, 2006, 2009), com a literatura que aborda a temática dos manuais escolares e estruturas da linguagem, mais particularmente, alicerçada na Teoria da Atividade Social de Dowling (1998), inteiramente dedicada à análise de livros de texto. Os manuais foram analisados segundo os três níveis de atividade social: estrutural, textual, e recursos.

10.1. O estudo e a Teoria da Atividade Social

Segundo Bernstein (1971, 2003) o discurso pode ser classificado de duas formas, uma relacionada com a sua *especialização*, outra com a *expressão* (a linguagem). Clarificando, uma expressão matemática tem uma conotação simbólica com a linguagem falada mas a conotação com elementos não matemáticos é pequena. Trata-se pois de um discurso especializado. Se a expressão for traduzida para a linguagem corrente, o conteúdo permanece intacto, dentro do contexto da matemática, mas o modo de expressão é menos especializado.

As questões de linguagem, mais particularmente a linguagem da matemática escolar, são segundo Dowling (1998) um bom ponto de partida para estudo de manuais escolares. Pretende-se desta forma caracterizar os diferentes tipos de linguagem utilizados nos manuais escolares consoante o diferente tipo de alunos a que se destinam.

Quando usam a língua, os falantes não produzem palavras ou frases isoladas, desligadas umas das outras e do contexto situacional e discursivo. Pelo contrário, tanto os produtos resultantes do uso primário da língua na situação básica da conversa como os que resultam do uso da língua escrita em situações não pessoais, tanto os produtos de um só locutor como os que resultam da atividade colaborativa de vários falantes, são objetos dotados de sentido e de unidade – ou seja, são produtos coesos internamente e coerentes com o mundo relativamente ao qual devem ser interpretados. A tais produtos chama-se *textos*.

Um livro de texto pretende levar ao estabelecimento de uma relação pedagógica entre os autores e o conteúdo e o seu público-alvo, os alunos. Para ser considerado pedagógico, um texto, de acordo com Dowling (1998), deve envolver uma relação subjetiva entre duas posições. De um lado, uma que domina o que deve ser ensinado, sobre alguém do outro lado, com pouco ou nenhum conhecimento sobre o assunto.

A maior ou menor complexidade do discurso adotado nos manuais escolares, que Dowling, (1998) chama de *saturação discursiva*, está intimamente relacionada com a ação pedagógica a ser desenvolvida e incorpora os conceitos de metonímia e metáfora. As expressões matemáticas — uma série de símbolos matemáticos, idealmente exemplificados numa equação ou demonstração — devem ser encaradas como *metonímias*, apresentando uma alta saturação discursiva. Quando a matemática escolar envolve referências a objetos e não a relações matemáticas, então falamos de uma relação *metafórica*, com uma baixa *saturação discursiva*.

A análise de Dowling procura responder à questão: como é que o livro de texto seleciona e distribui as modalidades de transmissão do conhecimento matemático? Dowling pressupõe que qualquer texto pedagógico constrói tanto a mensagem como o leitor de uma forma que é consistente com as condições acerca das quais participa.

De uma forma breve, neste estudo procurou-se, em primeiro lugar, enquadrar a Teoria da Atividade Social de Dowling, e em segundo descrevê-la de forma concisa. Esta teoria tem particular aplicação na análise de manuais escolares. De forma a compreender como os manuais se encontram estruturados em termos de linguagem e como se posicionam perante professores e alunos, Dowling atribui três níveis de atividade social: estrutural, textual e o dos recursos.

O nível *Estrutural* é dividido em três sub-níveis:

a) *Prática Discursiva* – relacionadas com as formas de expressão e os conteúdos relacionados com significantes e significados e que se distinguem entre o domínio *esotérico, expressivo, descritivo ou público*;

b) *Saturação Discursiva* – relacionadas com o facto das práticas (DS+) a nível do discurso, apresentarem uma organização altamente complexa ou mais elementar (DS-);

c) *Posição* – relacionadas com a construção de posições hierárquicas de transmissão e aquisição que podem ser de *objetivado, subordinado*, *aprendiz ou sujeito*.

O nível *Textual* trabalha com vozes — quem diz o quê (o autor), e quem ouve (o leitor) — e com mensagens, que se relacionam com o conteúdo. O discurso do autor divide-se em abstrato, não procedimental ou metonímico, e em particular, procedimental ou metafórico.

O nível dos *Recursos* é essencialmente semiótico e distingue três modos de significação: *icónico*, *indexado* e *simbólico*.

10.2. Metodologia

Dada a natureza das questões em análise, a metodologia seguida foi de natureza qualitativa. Esta opção prendeu-se com o facto de todos os dados a recolher, serem observados diretamente dos manuais escolares. A recolha dos dados ser feita sob a forma de palavras e imagens e não de números, e os resultados escritos da investigação contêm citações com base nos dados para ilustrar e substanciar a apresentação.

Procedeu-se a uma análise de conteúdo, pois segundo Bardin (2004) esta é um conjunto de técnicas de análise das comunicações. Não se trata de um instrumento, mas de um leque de apetrechos, marcados por uma grande disparidade de formas e adaptável a um campo de aplicação muito vasto, pois diz respeito a tudo que tenha a ver com comunicação, oral ou escrita, podendo ser aplicada para "desmascarar a axiologia subjacente aos manuais escolares" (Bardin, 2004, p. 27).

A escolha dos manuais analisados obedeceu a dois critérios. Por um lado, procurou-se abarcar os três anos (10º a 12º anos) que constituem o ensino secundário português e, por outro, abranger um número substancial de manuais escolares de matemática A para os cursos científico humanísticos e para os cursos profissionais (CP), integrando várias editoras e autores.

Tendo em conta a organização por módulos da disciplina de matemática para os cursos profissionais, foram escolhidos tópicos comuns aos dois programas para que a análise comparativa fosse viável. No 10º ano estudou-se o capítulo da Estatística, no 11º ano o estudo recaiu sobre o capítulo da Trigonometria e por fim, no 12º ano a análise realizou-se no capítulo dedicado às Funções Exponenciais e Logarítmicas.

No capítulo da Estatística para o 10º ano a análise recaiu sobre os três subcapítulos. Estatística – Generalidades; Organização e interpretação de caracteres estatísticos:(qualitativos e quantitativos); e Referência a distribuições bidimensionais (abordagem gráfica e intuitiva), que constituem a totalidade do capítulo.

Para o 11º ano, a análise no capítulo da Trigonometria recaiu sobre os subcapítulos dedicados às funções trigonométricas e às equações trigonométricas.

Já no 12º ano a análise foi realizada na totalidade do capítulo dedicado às Funções Exponenciais e Logarítmicas observando os subcapítulos Funções exponenciais, Equações e inequações exponenciais, Funções logarítmicas e Equações e inequações logarítmicas.

Foram então analisados no total dezasseis manuais, oito de matemática A e oito para os cursos profissionais. No 10º foram analisados seis manuais no capítulo da Estatística, três de matemática A e três para os cursos profissionais. No 11º ano analisaram-se três manuais de Matemática A e outros tantos de Matemática para os Cursos Profissionais. Já no 12º ano estudaram-se unicamente quatro manuais, dois de Matemática A e dois de Matemática CP.

Para facilitar tanto a escrita como a leitura, adotou-se uma referência curta dos manuais analisados, descriminados no quadro seguinte.

Quadro 10.16. Correspondência entre a referência dos manuais do 10º ano e a referência abreviada usada na análise de dados.

Manuais analisados 10º ano	
Referência	**Referência curta**
Neves, M.A.; Guerreiro, L.; Leite, A.; Silva. (2011). Estatística – Matemática A – 10º ano. Porto: Porto Editora.	Porto Editora Matemática A– 10º ano
Guerreiro, L.; Neves, M., Leite, A.; Silva, M.C.; Pereira, P. (2013). Estatística A3 – Cursos Profissionais. Porto: Porto Editora.	Porto Editora Matemática CP– 10º ano
Jorge, A.M.; Alves, C.; Cruchinho, C.; Fonseca, G.; Barbedo, J. Simões, M. (2010). Matemática A – 10º ano. Parte III. Porto: Editora Areal.	Areal Matemática A -10º ano
Ferreira, D.S.; Ferreira, A.M.; Carvalho, D.C.; Carvalho, J. C. (2013). Estatística A3 – Cursos Profissionais. Porto: Editora Areal.	Areal Matemática CP – 10º ano
Belmiro, C.; Rodrigues, E. (2011). Novo Espaço. – Matemática A – 10º ano. Volume III. Porto: Porto Editora.	Novo Espaço Matemática A -10º ano
Salomé, H.; Silva, L.P.; Martins, A.; Dias, T.V. (2013). Estatística A3 – Cursos Profissionais. Lisboa: Lisboa Editora.	Lisboa Editora Matemática CP – 10º ano

Quadro 10.17. Correspondência entre a referência dos manuais do 11º ano e a referência abreviada usada na análise de dados.

Manuais analisados 11º ano	
Referência	**Referência curta**
Neves, M.; Guerreiro, L.; Leite, A.; Silva. (2011). Geometria II – Matemática A – 11º ano. Porto: Porto Editora.	Porto Editora Matemática A– 11º ano
Guerreiro, L.; Neves, M., Leite, A.; Silva, M.C.; Pereira, P. (2013). Funções Periódicas A4 – Cursos Profissionais. Porto: Porto Editora.	Porto Editora Matemática CP– 11º ano
Jorge, A.M.; Alves, C.; Cruchinho, C.; Fonseca, G.; Barbedo, J. Simões, M. (2010). Matemática A – 11º ano. Parte I. Porto: Editora Areal.	Areal Matemática A -11º ano
Ferreira, D.S.; Ferreira, A.M.; Carvalho, D.C.; Carvalho, J. C. (2013). Funções Crescimento A4 – Cursos Profissionais. Porto: Editora Areal.	Areal Matemática CP – 11º ano
Belmiro, C.; Rodrigues, E. (2011). Novo Espaço. – Matemática A – 11º ano. Volume II. Porto: Porto Editora.	Novo Espaço Matemática A -11º ano
Salomé, H.; Silva, L.P.; Martins, A.; Dias, T.V. (2013). Funções Periódicas A4 – Cursos Profissionais. Lisboa: Lisboa Editora.	Lisboa Editora Matemática CP – 11º ano

Quadro 10.18. Correspondência entre a referência dos manuais do 12º ano e a referência abreviada usada na análise de dados.

Manuais analisados 12º ano	
Referência	**Referência curta**
Neves, M.; Guerreiro, L.; Leite, A.; Silva. (2011). Funções III – Matemática A – 12º ano. Porto: Porto Editora.	Porto Editora Matemática A– 12º ano
Guerreiro, L.; Neves, M., Leite, A.; Silva, M.C.; Pereira, P. (2013). Funções crescimento A9. Porto: Porto Editora.	Porto Editora Matemática CP– 12º ano
Belmiro, C.; Rodrigues, E. (2011). Novo Espaço. – Matemática A – 12º ano. Volume II. Porto: Porto Editora.	Novo Espaço Matemática A -12º ano
Salomé, H.; Silva, L.P.; Martins, A.; Dias, T.V. (2013). Funções Crescimento A9 – Cursos Profissionais. Lisboa: Lisboa Editora.	Lisboa Editora Matemática CP – 12º ano

10.3. Os manuais analisados e a Teoria da Atividade Social

De forma a ser possível dar resposta ao objetivo principal desta tese analisaremos os manuais segundo os três níveis de atividade social: estrutural, textual, e recursos.

10.3.1. Estatística

O nível Estrutural no capítulo Estatística para o 10º ano

Ao compararmos os manuais da Porto Editora, foi possível observar que a saturação discursiva é mais elevada no manual de matemática A comparativamente ao manual de Matemática CP. No manual de matemática A a saturação discursiva é repartida igualmente entre elevada e baixa. Já no manual de Matemática CP a saturação discursiva é exclusivamente baixa.

Em termos de domínios de prática discursiva o manual de Matemática CP situa o seu discurso, nos seis subtemas analisados, essencialmente no domínio descritivo em cinco subtemas, tendo-se observado que num dos subtemas o discurso se situou no domínio expressivo. Não se tendo observado discurso no domínio esotérico. O manual de matemática A apresenta a prática discursiva repartida pelos diferentes domínios, ou seja, três dos subtemas situam o seu discurso no domínio descritivo, um dos temas no domínio esotérico, outro no expressivo e ainda um tema que situa o seu discurso entre o descritivo e o esotérico.

Já a posição do leitor no manual de matemática CP é objetivada, no manual de matemática A a posição do leitor é principalmente subordinada, observando-se num subtema uma posição de objetivada.

Na comparação realizada entre os manuais de matemática A e Matemática CP da Editora Areal foi possível observar que o manual de matemática CP apresenta uma saturação discursiva elevada em mais subtemas que o manual de Matemática A. Apresentam igualmente o mesmo número, em alguns subtemas, de uma saturação discursiva baixa. No entanto o manual de Matemática A apresenta situações que se podem caracterizar entre uma saturação discursiva elevada e baixa, o que não se verifica no manual de Matemática CP.

Em termos de prática discursiva, o manual de Matemática A situa-se predominantemente no domínio descritivo, observando-se também o domínio esotérico. Já no manual de Matemática CP observa-se alguma predominância no domínio descritivo, embora os outros domínios sejam contemplados com exceção do domínio público.

O manual de matemática A posiciona o leitor predominantemente numa posição objectivada, enquanto manual de matemática CP posiciona o leitor numa posição predominantemente objetivada.

O manual Novo Espaço para a Matemática A apresenta uma saturação discursiva essencialmente baixa, observando-se no entanto num subtema saturação discursiva elevada e em outros dois uma saturação discursiva que se pode situar entre a elevada e a baixa. A prática discursiva predominante é do domínio descritivo, sendo por vezes observado o domínio esotérico. O leitor é situado basicamente numa posição de subordinado, sendo no entanto posicionado por menos vezes como objetivado.

Da Lisboa Editora foi analisado o manual para a Matemática CP, do qual foi possível observar que a saturação discursiva é essencialmente baixa, sendo elevada num dos subtemas. Em outros dois subtemas a saturação discursiva apresenta-se um pouco mais elevada, no entanto não o suficiente para se considerar elevada. O discurso situa-se sempre no domínio descritivo. O leitor situa-se maioritariamente numa posição de subordinado, ocorrendo por vezes a posição é de objectivado.

O nível Textual no capítulo Estatística para o 10º ano

Nos manuais da Porto Editora, ao nível textual é possível afirmar que as estratégias adoptadas para os dois manuais é idêntica, ou seja, um discurso particular procedimental. Exceção feita para um dos subtemas do manual de matemática A, que a estratégia do discurso foi de abstrato metonímico.

Nos manuais da Editora Areal, ao nível textual o discurso é essencialmente particular procedimental no manual de Matemática CP, oscilando por vezes entre o particular procedimental e o abstrato metonímico. Nunca tendo sido observado exclusivamente abstrato, quer procedimental quer metonímico. Já o manual de Matemática A apresenta o discurso distribuído igualmente entre o particular procedimental com o particular procedimental e abstrato metonímico e/ou abstrato metonímico

O manual Novo Espaço apresenta em termos textuais um discurso predominantemente particular procedimental, sendo no entanto em alguns subtemas particular procedimental/abstrato metonímico e ainda num dos subtemas abstrato metonímico.

Em termos textuais, o manual da Lisboa Editora adota como estratégia, maioritária, para o seu discurso o particular procedimental, tendo-se observado que num dos subtemas este tenha sido abstrato metonímico.

O nível dos Recursos no capítulo Estatística para o 10º ano

Para os manuais da Porto Editora, dos mesmo autores, Neves et al, ao nível dos recursos o manual de Matemática A recorre essencialmente ao modo indexado, uso de gráficos e tabelas, observado por três vezes. Observou-se uma utilização também equitativa dos três modos, icónico, indexado e simbólico por três vezes nos mesmos subtemas. Sendo o modo icónico utilizado por uma única vez. No entanto o manual de matemática CP recorre essencialmente ao modo icónico e uma única vez ao modo indexado. Havendo ainda uma repartição equitativa dos restantes modos de significação noutros subtemas.

Os manuais da editora Areal, ao nível dos recursos, apresentam diferentes usos para os modos de significação. Enquanto o manual de Matemática A é predominantemente indexado, uso de tabelas e gráficos, já o manual de Matemática CP é essencialmente icónico, cartoons, desenhos ou fotografias. Observando-se ainda um uso idêntico dos modos icónicos, indexados e simbólicos noutros subtemas.

O manual Novo Espaço reparte os modos de significação entre o indexado e o indexado simbólico, com predominância deste último. Não tendo sido utilizado o modo icónico.

Ao nível dos recursos, os modos de significação do manual da Lisboa Editora são predominantemente indexados em dois subtemas, nos restantes subtemas os modos de significação são repartidos entre o indexado e o icónico, raramente se observou o modo simbólico

10.3.2. Trigonometria

O nível estrutural no capítulo trigonometria para o 11º ano

Feita a análise aos manuais da Porto Editora foi possível observar que o manual de Matemática CP apresenta uma saturação discursiva baixa em todo o capítulo. Já o manual de Matemática A apresenta um discurso com uma maior saturação discursiva, não se podendo no entanto considerar elevada. Em ambos os manuais a linguagem se situa no domínio esotérico. A posição do leitor no manual de matemática A é a de aprendiz, já que ao passo no manual de matemática CP é a de subordinado.

Os manuais da Editora Areal apresentam uma diferente organização ao nível do discurso. O manual de Matemática A apresenta uma saturação discursiva baixa, contrariamente ao manual de Matemática CP que apresenta uma saturação discursiva elevada. Em termos de prática discursiva o manual de Matemática A situa-se no domínio esotérico, já no manual de Matemática CP encontram-se subtemas no domínio esotérico e no descritivo. Ambos posicionam o leitor na posição de aprendiz.

O manual de Matemática A, Novo Espaço, em termos estruturais apresenta uma saturação discursiva elevada no subcapítulo dedicado às funções trigonométricas e uma saturação discursiva menos elevada no subcapítulo dedicado às equações trigonométricas. O seu domínio de prática é o esotérico. O manual posiciona o leitor como aprendiz.

Da Lisboa Editora analisou-se o manual de Matemática CP. Deste manual pôde-se concluir que do ponto de vista estrutural a saturação discursiva não é muito elevada no subcapítulo dedicado às funções trigonométricas, sendo baixa no subcapítulo dedicado às equações trigonométricas. A prática discursiva repartida entre o descritivo e o esotérico. O leitor é colocado numa posição de subordinado no subcapítulo das funções trigonométricas e na de aprendiz no subcapítulo das equações trigonométricas.

O nível textual no capítulo trigonometria para o 11º ano

Em termos textuais os manuais de Matemática A e Matemática CP da Porto Editora situam o seu discurso no particular procedimental

Os manuais da Editora Areal situam, em termos textuais, a organização do seu discurso entre abstrato não procedimental e o particular procedimental.

Em termos textuais, no manual Novo Espaço, a estratégia é a de um discurso procedimental em ambos os subcapítulos.

Textualmente o manual da Lisboa Editora apresenta uma estratégia de discurso particular procedimental para o subcapítulo das funções trigonométricas e para o subcapítulo das equações trigonométricas a estratégia é predominantemente particular procedimental, tendo-se observado um discurso abstrato não procedimental.

O nível dos recursos no capítulo Trigonometria para o 11º ano

Quanto ao nível dos recursos os manuais de Matemática A e Matemática CP da Porto Editora dividem os modos de significação, igualmente, entre o indexado e o icónico, sendo as referências ao simbólico raras.

Nos manuais da Editora Areal foi possível distinguir que o manual de Matemática A usa praticamente o modo indexado, só raramente se observou o modo simbólico. Já no manual de matemática CP foi possível observar um uso mais diversificado dos modos de significação, o indexado e o icónico, sendo predominante o indexado.

O manual Novo Espaço ao nível dos recursos é essencialmente indexado, sendo os modos de significação icónico e simbólico raramente utilizados.

Ao nível dos recursos no manual da Lisboa Editora foi possível constatar que em ambos os subcapítulos o modo de significação predominantemente utilizado foi o indexado, sendo o icónico utilizado num dos subcapítulos.

10.3.3. Funções Exponenciais e Logarítmicas

O nível estrutural no capítulo da função exponencial e logarítmica para o 12º ano

Neste capítulo os manuais de Matemática A e de Matemática CP da Porto Editora revelam diferenças substanciais em termos estruturais. A saturação discursiva do manual de Matemática A é elevada em todos os subcapítulos. Já no manual de matemática CP a saturação discursiva só num subcapítulo é elevada, apresentando nos restantes uma saturação discursiva mais baixa. Em termos de prática discursiva, quer um quer outro apresentam uma organização idêntica, ou seja, um dos subcapítulos encontra-se no domínio descritivo, os restantes três posicionam-se entre os domínios descritivo e esotérico. Quanto à maneira como são posicionados os leitores, observamos diferenças, isto é o manual de Matemática A posiciona o leitor como aprendiz, enquanto o leitor no manual de Matemática CP é posicionado como aprendiz em dois subcapítulos, sendo nos restantes colocado numa posição de subordinado.

O manual Novo Espaço no capítulo dedicado às funções Exponenciais e Logarítmicas, em termos estruturais apresenta uma saturação discursiva elevada em todos os subcapítulos, a prática discursiva é esotérica, e posiciona o leitor como aprendiz.

Em termos estruturais, o manual da Lisboa Editora de Matemática CP apresenta ao nível estrutural, em três subcapítulos uma saturação discursiva baixa, podendo-se considerar que num dos subcapítulos a saturação discursiva é um pouco mais elevada. O seu domínio de prática, em dois subcapítulos, situa-se no domínio esotérico, um no domínio descritivo e um outro entre o domínio descritivo e esotérico. O leitor é posicionado como subordinado.

O nível textual no capitulo da exponencial e logarítmica para o 12º ano

Em termos textuais pode-se concluir que neste capítulo os manuais de Matemática A e de Matemática CP da Porto Editora de Neves et al. apresentam uma estratégia muito similar, havendo no entanto a notar que num dos subcapítulos, no manual de Matemática A, o discurso é abstrato não procedimental, sendo nos restantes subcapítulos particular procedimental. O manual de Matemática CP organiza o seu discurso sempre em torno do particular procedimental.

Em termos textuais o manual Novo Espaço situa, em todos os subcapítulos o seu discurso entre o abstrato não procedimental e o particular procedimental.

O manual Lisboa Editora em termos textuais apresenta o seu discurso com diferentes estratégias, ou seja, foi possível situar o seu discurso como particular procedimental num subcapítulo, particular procedimental/abstrato não procedimental em dois subcapítulos e particular procedimental raramente abstrato não procedimental num outro subcapítulo.

O nível dos recursos no capitulo da exponencial e logarítmica para o 12º ano

Neste capítulo os recursos mais utilizados foram predominantemente o modo indexado ou o simbólico, raramente foi observado o modo icónico, observação feita em três subcapítulos, tanto no manual de Matemática A como de Matemática CP. Só num dos subcapítulos, em ambos os manuais, predominou o modo simbólico, observando-se ainda o modo indexado.

O manual Novo espaço ao nível dos recursos usa predominantemente o modo de significação simbólico, usando também o modo de indexado e muito raramente o modo icónico

Também ao nível dos recursos o manual Lisboa Editora parece um pouco fragmentado na forma como usa os modos de significação. Em dois subcapítulos é predominantemente indexado, sendo igualmente simbólico e icónico, noutro subcapítulo é predominantemente indexado e icónico, por fim, predominantemente simbólico, sendo ainda indexado e raramente icónico.

10.4. Síntese da Análise

Esta seção das conclusões rescreve a secção anterior em linguagem corrente, mais afastada da terminologia específica da Teoria da Atividade Social.

Relativamente aos manuais da Porto Editora de Neves et al, para o capítulo da Estatística pode-se então concluir que o manual de matemática A comparativamente ao manual de Matemática CP uma maior elaboração linguística matemática na abordagem dos mesmos subtemas.

Já os manuais da Editora Areal, no capítulo da Estatística, os dados apontam para que o manual de matemática CP seja um manual que em termos estruturais dado ser mais elaborado estruturalmente, comparativamente aos níveis textuais e de recursos. Não parece um manual equilibrado para um curso profissional dada a sua complexidade estrutural que assenta demasiado numa linguagem elaborada e com poucas abordagens informais. O manual de Matemática A é um manual que aparenta um grande desequilíbrio entre os níveis estruturais, textuais e dos recursos.

O manual de Matemática A, Novo Espaço, apresenta, ao longo dos diferentes subtemas abordados no capítulo da Estatística, coerência em termos dos níveis estruturais, textuais e de recursos empregues.

O manual da Lisboa Editora no módulo Estatística para Matemática CP revelou-se um manual que explana os seus conteúdos de forma equilibrada em termos estruturais, textuais e recursos empregues.

Os manuais da Porto Editora, quer o manual de Matemática A para o capítulo da Trigonometria quer o de Matemática CP para o módulo Funções periódicas são equilibrados, havendo no entanto alguma discrepância entre os níveis estrutural, textual e de recursos.

Dos manuais analisados da Editora Areal é possível concluir que o manual de Matemática CP é desajustado do publico alvo quer pela complexidade da linguagem empregue quer pelo nível de abstração. Já o manual de Matemática A apresenta uma linguagem mais elaborada.

O manual Novo Espaço, sendo um manual de Matemática A, denota uma coerência que se revela na forma como os três níveis são tratados.

Pode-se afirmar que o módulo de Funções Periódicas do manual da Lisboa Editora de Matemática CP apresenta equilíbrio entre os três níveis de atividade social, pese embora alguma complexidade com que abordou certos conteúdos.

Ambos os manuais da Porto Editora para o capítulo das Funções Exponenciais e Logarítmicas estão equilibrados. Há que referir ainda que o manual de Matemática CP apresenta uma maior complexidade linguística que outros manuais para outros módulos. Esta complexidade fica a dever-se a dois fatores, a natureza dos próprios conteúdos abordados e ao facto de maioritariamente estes módulos serem lecionados nos cursos das áreas das tecnologias.

O manual de Matemática A, Novo Espaço, para o décimo segundo ano, no capítulo das funções exponenciais e logarítmicas apresentou ao longo de todo o capítulo uma complexidade linguística elevada e homogénea.

Embora o manual da Lisboa Editora para a Matemática CP no capítulo das funções exponenciais e logarítmicas apresente todos os conteúdos programáticos, foi possível observar um desequilíbrio entre a organização em termos estruturais, textuais e de recursos.

Ao analisarmos os diferentes manuais por ordem ascendente de ano de escolaridade foi possível constatar que os temas abordados vão sendo abordados com níveis crescente de complexidade. Esta constatação estará em linha com a maturidade académica do leitor, sendo no entanto esta constatação mais evidente na Matemática A, dado ser expectável a continuação de um percurso académico.

10.5. Resposta ao objetivo

Foi possível concluir que não existem diferenças marcantes entre os manuais de Matemática A e os manuais de Matemática CP. Existem no entanto diferenças entre editoras, sendo estas mais evidentes entre a Porto Editora e a Editora Areal, particularmente nos capítulos da Estatística e da Trigonometria, dependendo ainda assim dos subcapítulos analisados.

Ao nível estrutural pode-se afirmar que a saturação discursiva é muito variável tanto na Matemática A como na Matemática CP. Existe no entanto alguma evidência que aponta para que a saturação discursiva seja mais elevada na Matemática A relativamente à Matemática CP. Em termos de prática discursiva os manuais de Matemática A situam-se entre o domínio esotérico e o descritivo, sendo predominantemente esotérico no capítulo da trigonometria. Já os manuais de Matemática CP alternam a prática discursiva entre o domínio esotérico e o descritivo, sendo descritivo no capítulo da Estatística. A prática observada nos manuais de matemática A posiciona o leitor como aprendiz no capítulos de Trigonometria e de Funções exponenciais e logarítmicas, já no capítulo da Estatística encontra-se na posição de subordinado. Na Matemática CP o leitor encontra-se entre as posições de subordinado e aprendiz.

No nível textual é predominante quer na Matemática A quer na Matemática CP o discurso particular procedimental. Observando-se por vezes, com particular incidência na Matemática A, o discurso abstrato não procedimental.

Por fim, ao nível dos recursos observaram-se diferenças entre os manuais de Matemática A e de Matemática CP. Nestes últimos os modos de significação são essencialmente icónicos e indexados, exceção para o manual da Editora Areal no capítulo da Trigonometria onde se observaram os três modos de significação. Nos manuais de Matemática A os modos de significação mais observados foram o indexado e o simbólico.

Uma impressão subjetiva que não cabe dentro da teoria é o estilo imprimido à concepção de cada manual de cada editora. Seria tema para um outro tipo de estudo, sendo igualmente uma limitação deste.

REFERÊNCIAS

Akker, J., Gravemeijer, K., McKenney, S. e Nieveen, N. (2006). *Educational design research*. Londres: Routledge.

APM, (1988). *A renovação do currículo de Matemática*. Lisboa: APM.

Bardin, L. (2004). *Análise de conteúdo.* Lisboa: Edições 70.

Belmiro, C., Rodrigues, E. (2011). *Novo Espaço. – Matemática A – 10º ano. Volume III*. Porto: Porto Editora.

Belmiro, C., Rodrigues, E. (2011). *Novo Espaço. – Matemática A – 11º ano. Volume II*. Porto: Porto Editora.

Belmiro, C., Rodrigues, E. (2011). *Novo Espaço. – Matemática A – 11º ano. Volume II*. Porto: Porto Editora.

Belmiro, C., Rodrigues, E. (2011). *Novo Espaço. – Matemática A – 12º ano. Volume II*. Porto: Porto Editora.

Berelson, B. (1971). *Content Analysis in communication Reseach.* Nova Iorque: Hafner.

Bernstein, B. (1971/2003). *Class, codes and control: Vol. I. Theoretical Studies Towards a Sociology of Language*. Londres: Routledge.

Bernstein, B. (1975/2003). *Class, codes and control: Vol. III. Towards a Theory of Educational Transmissions*. Londres: Routledge.

Bogdan, R. e Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação*. Porto: Porto Editora.

Carvalho, C. (2006). *A calculadora gráfica na trigonometria do 11º ano, uma análise de manuais escolares*. Tese de Mestrado, Universidade de Lisboa.

Carvalho, C. (2009), The role of Graphing Calculators in Textbooks. *CERME 6*, Lyon.

Christiansen, B. e Walther, G. (1985). Task and Activity. Em B. Christiansen, A. G.Howson and M. Otte (eds.), *Perspectives on Mathematics Education*. Dordrecht: D. Reidel.

Davidov, V. V. e Markova, A. K. (1982). A Concept of Educational Activity for Schoolchildren. *Soviet Psychology*, *21*(2), 50-76.

Dowling, P. (2001) Social Activity Theory: Four criteria for the evaluation of a theoretical apparatus. [online] accessible in: http://homepage.mac.com/paulcdowling/ioe/publications/sat/index.htm.

Dowling, P.(1998). *The sociology of mathematics education: mathematical myths/pedagogic texts*. Londres: The Falmer Press.

Duarte, I. (2004). Aspectos linguísticos da organização textual. Em Maria Helena Mira Mateus et al. *Gramática da Língua Portuguesa* (6ª Edição) (pp. 85-123). Lisboa: Caminho.

Fernandes, A. S. (1998). *A distribuição de competências entre a administração central, regional, local e institucional da educação escolar durante os períodos liberal e republicano (1836 – 1926)*. Tese de doutoramento inédita. Braga: Universidade do Minho.

Ferreira, D. S., Ferreira, A. M., Carvalho, D. C., Carvalho, J. C. (2013). *Estatística A3 – Cursos Profissionais*. Porto: Editora Areal.

Ferreira, D. S., Ferreira, A. M., Carvalho, D.C., Carvalho, J. C. (2013). *Funções Crescimento A4 – Cursos Profissionais*. Porto: Editora Areal.

Ferreira, D.S., Ferreira, A. M., Carvalho, D.C., Carvalho, J. C. (2013). *Funções Crescimento A4 – Cursos Profissionais*. Porto: Editora Areal.

Freire, P. (1975). *Education for Critical Consciousness*. Londres: Sheed and Ward.

Freire, P.(1972), *Pedagogy for the oppressed*. Harmondsworth: Penguin.

Gérard, F. M. e Roegiers, X. (1998). *Conceber e avaliar manuais escolares*. Porto: Porto Editora.

Gimeno Sacristán, J. (2000). *O Currículo – uma reflexão sobre a prática*. Porto Alegre: Artemed.

Glaser, B.G. e Strauss. A. L. (2006). *The Discovery of Grounded Theory: Strategies for Qualitative Research*. Londres: Aldine Transaction.

Gómez, P. e Carulla, C. (1997). *Calculadoras gráficas y precálculo. Efectos en e Diseno curricular*. Consultado em 6 de Fevereiro de 2005, em Universidad de los Andes: http://ued.uniandes.edu.co/servidor/ued/CDRomRIBIE/CAL&PC/PDF/3- Diseocur.pdf.

Gravemeijer, K. (1994). Educational development and developmental research in mathematics education. *Journal of Research in Mathematics Education*, *25*(5), 443-471.

Gerdes, P. (1991). *Etnomatemática – Cultura Matemática, Educação: Colectânea de textos 1979-1991*. Maputo: Instituto Superior Pedagógico – Universidade Pedagógica.

Guerreiro, L., Neves, M., Leite, A., Silva, M. C., Pereira, P. (2013). *Estatística A3 – Cursos Profissionais*. Porto: Porto Editora.

Guerreiro, L., Neves, M., Leite, A., Silva, M. C., Pereira, P. (2013). *Funções Periódicas A4 – Cursos Profissionais*. Porto: Porto Editora.

IIE. (2000). *Inovação nos Planos Curriculares dos Ensinos Básico e Secundário – Reflexões sobre Manuais e Guiões de Língua Materna, Matemática e Ciências. Implicações curriculares.* Lisboa: IIE.

Johansson, M. (2005). Mathematics textbooks – the link between the intended and the implemented Curriculum. *Reform, Revolution and Paradigm Shifts in Mathematics Education.* 119-123. Malaysia.

Jorge, A. M., Alves, C., Cruchinho, C., Fonseca, G., Barbedo, J. Simões, M. (2010). *Matemática A – 10º ano. Parte III*. Porto: Editora Areal.

Jorge, A. M., Alves, C., Cruchinho, C., Fonseca, G., Barbedo, J. Simões, M. (2010). *Matemática A – 11º ano. Parte I*. Porto: Editora Areal.

Jorge, A. M., Alves, C., Cruchinho, C., Fonseca, G., Barbedo, J. Simões, M. (2010). *Matemática A – 11º ano. Parte I*. Porto: Editora Areal.

Kissane, B. (2000). Technology and the curriculum: the case of the graphics calculator. Consultado em 18 de Março de 2004, em Universidade de Murdoch em: http://wwwstaff.murdoch.edu.au/~kissane/papers/TIME2000.pdf.

Latorre, A., Rincón, D. e Arnal, J. (1996). *Bases metodológicas de la investigacion educativa*. Barcelona: GR92.

Leontev, A. N. (1981). The problem of activity in psychology. Em J. V. Wertsch (ed.), *The Concept of Activity in Soviet Psychology*. Nova Iorque: M. E. Sharpe.

Martins, A. A., Fonseca, C. M. C., Lopes, I. M. C., Loura, L. C. C, Martins, M. P. G., Fonseca, M.G., e Silva, J. M. M. C. (coord.) (2005). *Programa – Componente de Formação Científica. Disciplina de Matemática. Cursos Profissionais de Nível Secundário*. Lisboa: Ministério da Educação.

Mead, G. H.: 1965, *On social psychology*. Chicago: Chicago University Press.

Moreira, D., Latas, J. (2004). Mathematics education, cultural pratices and comunnication. Em Curry, M.J,, Hanauer, D.I. (Eds.), *Language, literacy and learning in STEM Education.* Rochester: University of Rochester. Indiana: Indiana University of Pennsylvania.

Moreira, D. (1999). Aprendizaje sin limites Un modelo de diseño interactivo como soporte y ampliación instruccional en la enseñanza de la geometía en la ESO. Comunicação apresentada no Encontro de Investigação em Educação Matemática, Mangualde.

Mouzakitis, A. (2006). A Comparative Analysis of Italian and Greek Euclidean Geometry textbooks: A case study. *Philosophy of Mathematics Education Journal*.

Neves, M., Guerreiro, L., Leite, A., Silva. (2011). *Funções III – Matemática A – 12º ano*. Porto: Porto Editora.

Neves, M., Guerreiro, L., Leite, A., Silva. (2011). *Geometria II – Matemática A – 11º ano*. Porto: Porto Editora.

Neves, M.A., Guerreiro, L., Leite, A., Silva. (2011). *Estatística – Matemática A – 10º ano*. Porto: Porto Editora.

Ogden, C. e Richards, I. A. (1923, 1995). *The meaning of meaning*. Londres: Routledge and Kegan Paul.

Olsen, S. M. (2002). *The Politics Of Mathematics Education*. Londres: Kluwer.

Pacheco, J. A. (2001). *Currículo: Teoria e Praxis*. Porto: Porto Editora.

Pacheco, J. A., Alves, M. P., Flores, M. A., Morgado, J. C., Silva, A. M. e Viana, I. C. (1999). *Componentes do processo de desenvolvimento do currículo*. Braga: Livraria Minho.

Paraskeva, J. M. (1996). *Reforma curricular: da intenção à realidade*. Braga: Universidade do Minho.

Pepin, B., Haggarty, I. (2001). Mathematics textbooks and their use inEnglish, French and German classrooms: A way to understand teaching and learning cultures.. *Zenttralblatt für Didaktik der Matthematik, 33*(5), 158-175.

Ponte, J. P., Matos, J. M. e Abrantes, P. (1998). *Investigação em educação matemática: Implicações curriculares*. Lisboa: IIE.

Ribeiro, A. C., Ribeiro, L. C. (1990). *Planificação e avaliação do ensino aprendizagem*. Lisboa: Universidade Aberta.

Rico, L. (2000). *La educación matemática en la ensenanza secundária*. Barcelona: Editorial Horsori.

Roldão, M. C. (1999). *Os professores e a gestão do currículo: perspectivas e práticas em análise*. Porto: Porto Editora.

Romberg, T. A. (1991). Características problemáticas del currículo escola matemáticas. *Revista de Educación, 294*, 323-406.

Salomé, H., Silva, L. P., Martins, A., Dias, T. V. (2013). *Funções Crescimento A9 – Cursos Profissionais*. Lisboa: Lisboa Editora.

Salomé, H., Silva, L.P., Martins, A., Dias, T. V. (2013). *Estatística A3 – Cursos Profissionais*. Lisboa: Lisboa Editora.

Salomé, H., Silva, L.P., Martins, A., Dias, T. V. (2013). F*unções Periódicas A4 – Cursos Profissionais*. Lisboa: Lisboa Editora.

Salomé, H., Silva, L.P., Martins, A., Dias, T. V. (2013). *Funções Periódicas A4 – Cursos Profissionais*. Lisboa: Lisboa Editora.

Saussure, F., Bally, C., Sechehaye, A., Riedlinger, A. (1965). *Cours de Linguistique Générale*. Paris: Payet.

Silva, J., Fonseca, G., Martins, A. Cruchinho, C. & Lopes, I. (2002). Programa de Matemática dos Cursos Profissionais, DES: Editorial do Ministério.

Silva, J., Fonseca, G., Martins, A. Cruchinho, C. & Lopes, I. (2002). Programa de Matemática A, DES: Editorial do Ministério.

Silva, J. S. (1975). *Guia para a utilização do compêndio de matemática*. Lisboa: GEP.

Teixeira, P. (2004). *O acompanhamento local como modelo de desenvolvimento curricular em Matemática*. Tese de Mestrado. Faculdade Ciências e Tecnologia – Universidade Nova de Lisboa.

Torres, J. (2000). *El curriculum oculto*. Madrid: Ed. Morata.

Viñao, F. A. (1998). *Tiempos escolares, tiempos sociales*. Barcelona: Editorial Horsori.

Vygotsky, L. (1979). *Mind in Society*. Cambridge, Mass: Harvard University Press.

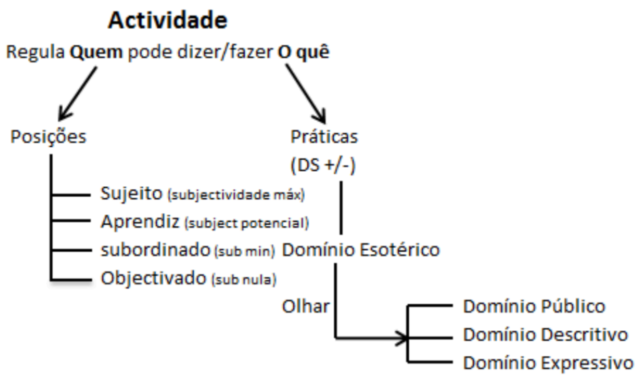
Zabalza, M. A. (1998). *Planificação e desenvolvimento curricular na escola*. Lisboa: Edições Asa.

Anexo 1 – Grelha de recolha de dados

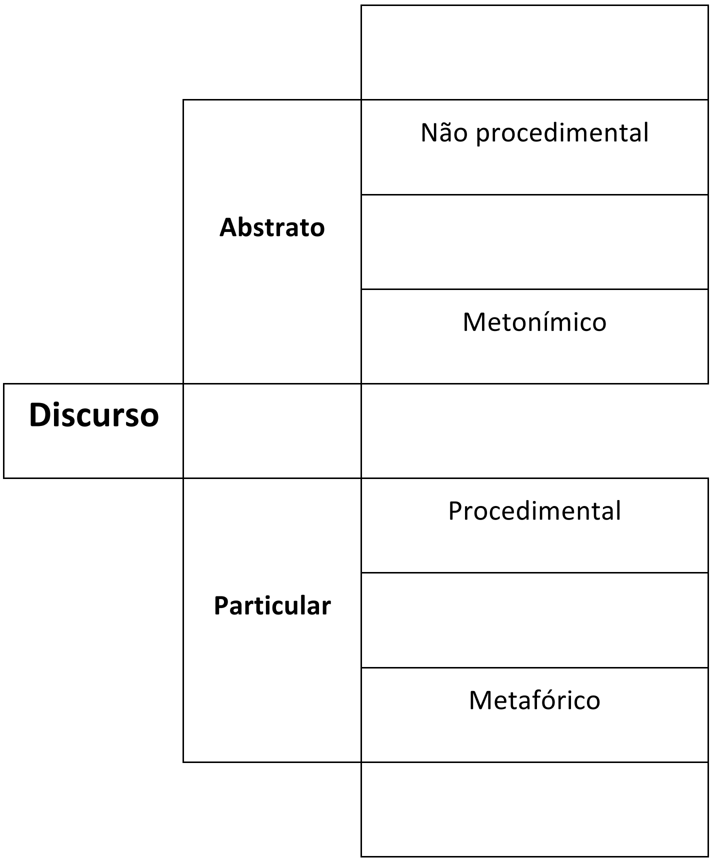
Análise segundo três níveis da Teoria da Atividade Social de Dowling	
Ensino:	**Capítulo:**
Editora:	
Autores:	

1. Nível Estrutural

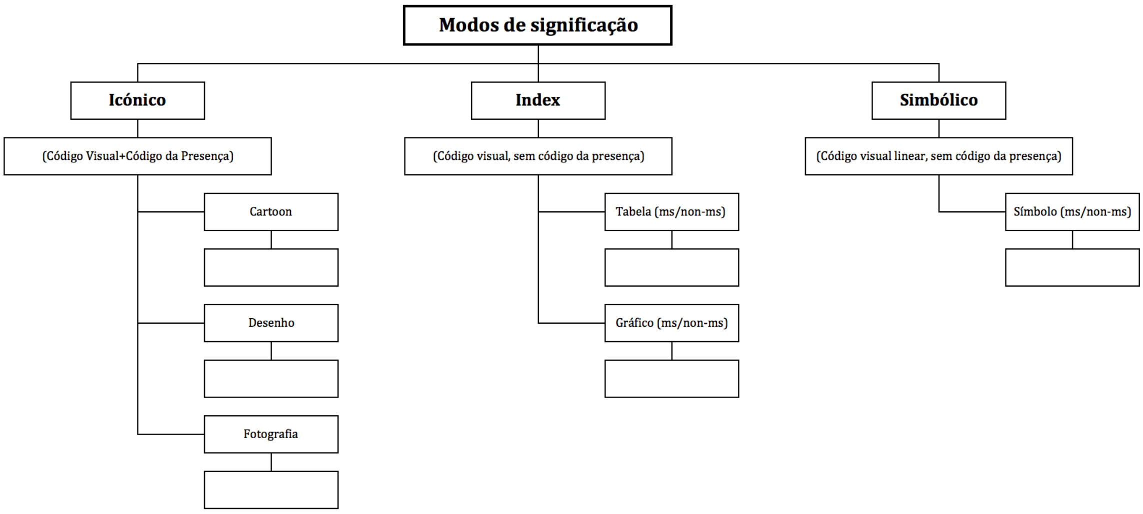
		Conteúdo (Significado)	
		Classificação forte	Classificação fraca
Expressão (significante)	Classificação forte		
	Classificação fraca		



2. Nível textual



3. Nível Recursos



Anexo 2: Correspondência entre os tópicos analisados dos programas de Matemática A e Matemática CP.

Estatística		
Subcapítulos	**Programa Matemática A, 2001**	**Programa Matemática CP, 2005**
	1. Estatística – Generalidades . Objecto da Estatística. Utilidade na vida moderna. . Recenseamento e sondagem. . As noções de população e amostra. • Noções intuitivas sobre as escolhas de amostras, sobre a necessidade de serem aleatórias, representativas e livres de vícios de concepção. . Estatística Descritiva e Estatística Indutiva.	**1. Estatística — Generalidades** . Objecto da estatística. Utilidade na vida moderna. . Recenseamento e sondagem; . População e amostra; critérios de seleção de amostra de uma determinada população. . Estatística descritiva e indutiva.
	2. Organização e interpretação de caracteres estatísticos: (qualitativos e quantitativos) . Analise gráfica de atributos qualitativos (gráficos circulares, diagramas de barras, pictogramas); . Determinação da moda; . Análise de atributos quantitativos: variável discreta e variável contínua. Dados agrupados em classes. . Variável discreta; função cumulativa. . Variável contínua: tabelas de frequências (absolutas, relativas e relativas acumuladas); . Gráficos (histograma, polígono de frequências); função cumulativa. . Medidas de localização de uma amostra: moda ou classe modal; média; mediana; quartis. Medidas de dispersão de uma amostra: amplitude; variância; desvio padrão; amplitude interquartis. Discussão das limitações destas estatísticas. Diagramas de “extremos e quartis”	**2. Organização e interpretação de caracteres estatísticos (qualitativos e quantitativos)** . Tipos de caracteres estatísticos: qualitativo e quantitativo (discreto e contínuo). . Formas de representação: gráficos circulares, diagramas de barras/histogramas, pictogramas, função cumulativa . Diagrama de extremos e quartis, tabelas de frequências absolutas e relativas, polígono de frequências. . Medidas de localização central: moda/classe modal, média, mediana e quartis. . Medidas de dispersão: amplitude, variância, desvio padrão, amplitude interquartis.
	3. Referência a distribuições bidimensionais (abordagem gráfica e intuitiva) .Diagrama de dispersão; dependência estatística; ideia intuitiva de correlação; exemplos gráficos de correlação positiva, negativa ou nula. .Coeficiente de correlação e a sua variação em $[-1, 1]$. . Definição de centro de gravidade de um conjunto finito de pontos; sua interpretação física. . Ideia intuitiva de recta de regressão; sua interpretação e limitações.	**3. Referência a distribuições bidimensionais (abordagem gráfica e intuitiva)** . Diagrama de dispersão; dependência estatística e correlação positiva e negativa. .Coeficiente de correlação e sua variação no intervalo $[-1, 1]$ . .Definição de centro de gravidade de um conjunto finito de pontos; sua interpretação física. . Recta de regressão: sua interpretação e limitações.

DGIDC, 2001 ANQEP, 2005

Trigonometria

Matemática A	Matemática CP
Funções Trigonométricas • Funções seno, cosseno e tangente: o Definição; o Variação (estudo no círculo trigonométrico); **Equações trigonométricas** o Equações trigonométricas simples	**Funções Periódicas** • Funções Periódicas; • Funções trigonométricas: o Domínios; o contradomínios, etc. • Gráficos das funções: o Seno; o Cosseno; o tangente. **Equações trigonométricas** o Equações trigonométricas elementa

Exponencial e Logarítmica

Matemática A	Matemática CP
Funções exponenciais e logarítmicas • Função exponencial de base superior a 1. • Estudo das propriedades analíticas e gráficas da família de funções definidas por ; $f(x) = a^x; a > 1$; • Função logarítmica de base a (a>1). • Estudo das propriedades analíticas e gráficas da família de funções definida por $f(x) = log_a x; a > 1$; • Regras operatórias de exponenciais e logaritmos. • Utilização de funções exponenciais e logarítmicas na modelação de situações reais.	**Funções de Crescimento** Modelos contínuos não lineares: exponencial, logarítmico e logístico. 1. Funções de Crescimento • Motivação: estudo de situações reais de out áreas científicas. • Função exponencial de base superior a um. • Estudo das propriedades analíticas e gr da família de funções definidas por ; $f(x) = a^x; a > 1$ • Regras operatórias das funções exponenciais; • Crescimento exponencial. • Função logarítmica de base a (a>1). • Logaritmo de um número. • Função logarítmica; • Regras operatórias de logaritmos; • Comparação de crescimento de funções 2. Resolução de problemas onde seja necessári

	escolher o modelo de funções mais adequado à descrição da situação.

Anexo 3: Correspondência entre os subcapítulos dos programas e subtemas que estruturaram a análise — Estatística.

Matemática A	Matemática CP	Manuais
1. Estatística – Generalidades	1. Estatística – Generalidades	1- Organização
2. Organização e interpretação de caracteres estatísticos: (qualitativos e quantitativos)	2. Organização e interpretação de caracteres estatísticos: (qualitativos e quantitativos)	2. Introdução, população e amostra, censo e sondagem, e técnicas de amostragem
.Objecto da Estatística. Utilidade na vida moderna.	.Objecto da estatística. Utilidade na vida moderna.	
. Recenseamento e sondagem. . As noções de população e amostra. . Noções intuitivas sobre as escolhas de amostras, sobre a necessidade de serem aleatórias, representativas e livres de vícios de concepção.	. Recenseamento e sondagem; . População e amostra; critérios de seleção de amostra de uma determinada população.	
. Estatística Descritiva e Estatística Indutiva.	. Estatística descritiva e indutiva	
2. Organização e interpretação c caracteres estatísticos: (qualitat e quantitativos)		
. Analise gráfica de atributos qualitativos (gráficos circulares, diagramas de barras, pictogramas . Determinação da moda;		3. Análise, representação e redução de dados
. Análise de atributos quantitativos variável discreta e variável contínua. Dado agrupados em classes.		
. Variável discreta; função cumula		
. Variável contínua: tabelas de frequências (absolutas, relativas e relativas acumuladas);		
. Gráficos (histograma, polígono de frequências); função cumulativa. . Medidas de localização de uma amostra: moda ou classe modal; média; mediana; quartis.		4. Medidas de tendência central
Medidas de dispersão de uma am amplitude; variância; desvio padrã		
amplitude interquartis.		
Discussão das limitações destas estatísticas.		5. Extremos e Quartis
Diagramas de “extremos e		

quartis”		6. Medidas de dispersão
3. Referência a distribuições bidimensionais (abordagem gráfica e intuitiva)	3. Referência a distribuições bidimensionais (abordagem gráfica e intuitiva)	7. Distribuições bidimensionais

A compreensão destas tabelas pode ser compensada com a consulta do anexo 2